

L. Kralj, Z. Ćurković, D. Glasnović Gracin, S. Banić, M. Stepić

PETICA+ 6

udžbenik i zbirka zadataka za 6. razred osnovne škole

DRUGI SVEZAK

1. izdanje

Zagreb, 2010.

Autorice:

Dubravka Glasnović Gracin, Zlata Ćurković,
Lidija Kralj, Sonja Banić, Minja Stepić

Urednik: Vinkoslav Galešev

Recenzija:

Ines Kniewald, Maja Ljubičić

Lektura: Branka Savić

Ilustracija naslovnice: Ivan Marušić

Ostale ilustracije: Ivan Marušić, Davor Vrcelj

Priprema za tisak: Ivan Marušić, Tomislav Stanojević

Tisak: Gradska tiskara Osijek

Za nakladnika: Robert Šipek

Nakladnik: SysPrint d.o.o.

XIV. trokut 8a, p.p. 84, 10020 Zagreb, Hrvatska

tel: (01) 655 8740, fax: (01) 655 8741

e-mail: udzbenici@sysprint.hr, web: www.sysprint.hr/udzbenici

© SysPrint d.o.o, Zagreb, 2010.

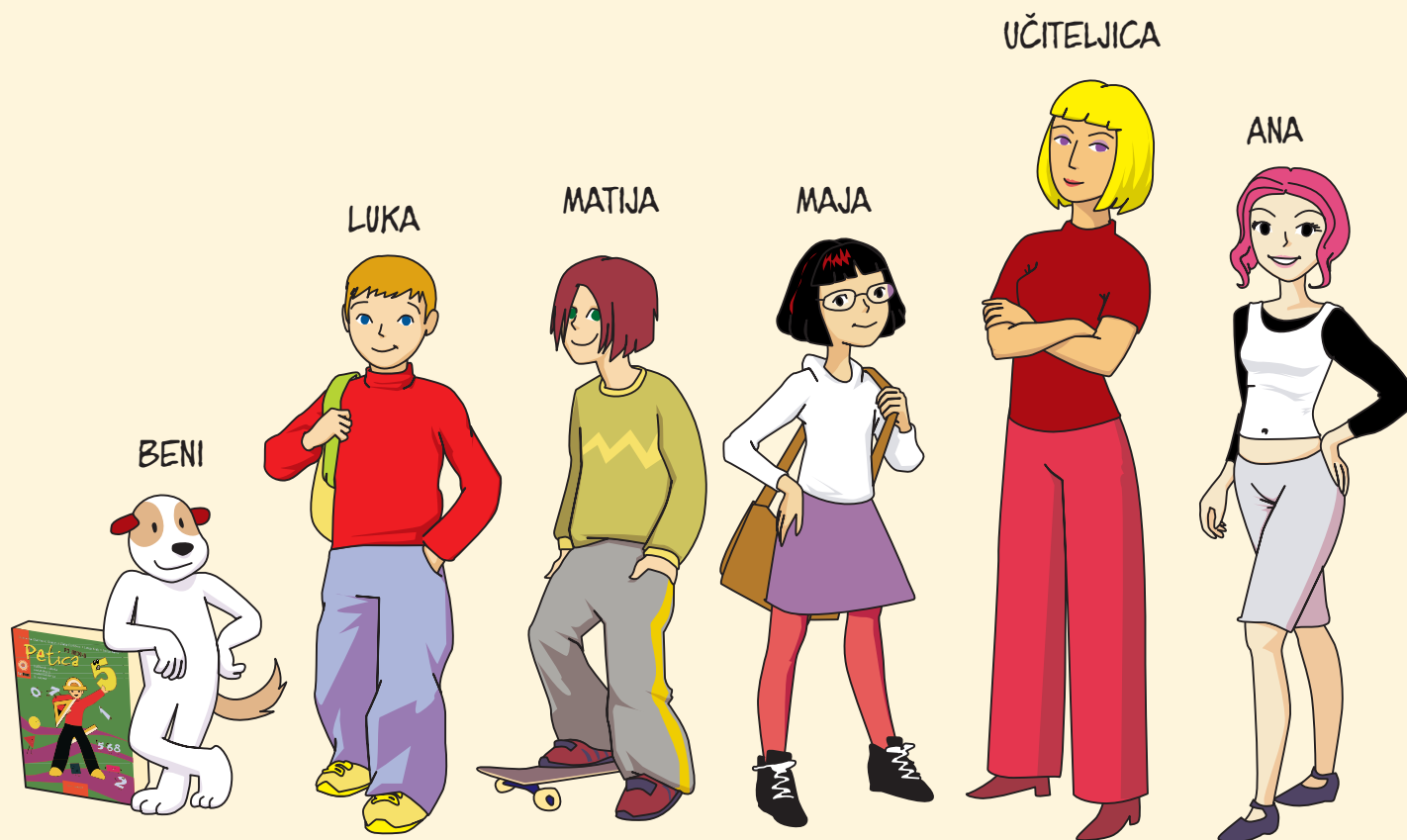
Nijedan dio ove knjige ili CD-a ne smije se umnožavati, fotokopirati niti na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja

Sadržaj

4. Racionalni brojevi	6	6. Četverokut	96
4.1. Pozitivni i negativni racionalni brojevi	8	6.1. Četverokuti	98
4.2. Prikazivanje racionalnih brojeva na pravcu	13	6.2. Zbroj kutova u četverokutu	101
4.3. Uspoređivanje racionalnih brojeva	15	6.3. Paralelogram	105
4.4. Zbrajanje i oduzimanje racionalnih brojeva	23	6.4. Pravokutnik	117
4.5. Množenje racionalnih brojeva	32	6.5. Kvadrat	123
4.6. Dijeljenje racionalnih brojeva	37	6.6. Trapez.....	129
4.7. Svojstva računskih operacija u skupu racionalnih brojeva	43	6.7. Romb	139
4.8. Povezivanje računskih operacija	47	6.8. Veze između vrsta četverokuta *	143
4.9. Ponavljanje	52	6.9. Ponavljanje	146
5. Linearne jednadžbe	56	7. Završno ponavljanje	150
5.1. Upoznajmo nepoznanice.....	57	7.1. Geometrija	150
5.2. Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom	59	7.2. Aritmetika	155
5.3. Rješavanje jednadžbi sa zbrajanjem i oduzimanjem	64	Rješenja zadataka.....	158
5.4. Rješavanje jednadžbi s množenjem i dijeljenjem	69	Kazalo pojmova.....	167
5.5. Rješavanje jednadžbi s više pribrojnika.....	75		
5.6. Rješavanje jednadžbi s razlomcima i zagradama	80		
5.7. Problemski zadaci	86		
5.8. Ponavljanje	91		

* gradivo za one koji žele znati više

Upoznajte likove s kojima ćete se družiti kroz gradivo udžbenika Petica!



Luka je odličan učenik. Iako se kod njega nikad ne zna hoće li imati 4 ili 5, matematika mu je jedan od najdražih predmeta. Kada mu nešto nije jasno, ne srami se pitati učiteljicu da mu pojasni gradivo.

Beni je Lukin pas. Voli dobro jelo, voli spavati, ali voli i prisluškiivati kada Luka kod kuće priča o školi. Beni naročito voli matematiku i voli na šaljiv način komentirati matematičke probleme.

Matija voli playstation i svoj skateboard mnogo više od matematike. No, pravi je stručnjak za računala svih vrsta, pa tako i za džepna. Otkad je učiteljica dozvolila njihovo korištenje, pomaže cijelom razredu u svladavanju gradiva.

Učiteljica na zanimljiv način približava učenicima i najteže gradivo iz matematike. Uvijek je tu ako treba nešto dodatno objasniti i strpljivo odgovara na njihova brojna pitanja.

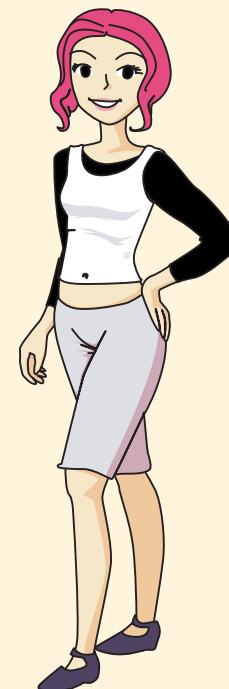
UČITELJICA



Maja ima sve petice i najbolja je učenica u razredu. Voli matematiku i redovito piše zadaće. Često se prepire s Lukom i Matijom oko točnih rješenja zadataka. Naravno, smatra da je baš ona uvijek u pravu!

Ana je Lukina starija sestra. Ne voli kad joj Luka kopa po stvarima, ni kad joj Beni sakrije tajno pismo. Iako ima svoje društvo, često se druži s tim "balavcima", pogotovo ako se ide u kupovinu ili slavi rođendan.

ANA



Dragi čitatelji,



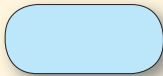

pred vama je drugi svezak udžbenika sa zbirkom zadataka iz matematike za 6. razred osnovne škole, koji je u potpunosti je usklađen sa stručnim i metodičkim zahtjevima Hrvatskog nacionalnog obrazovnog standarda (HNOS). Uz objedinjeni udžbenik sa zbirkom zadataka, u udžbenički komplet ubrajaju se još i CD za učenike te rješenja zadataka, koji će vam približiti gradivo matematike i učiniti ga zanimljivim, pa i zabavnim.

U prvom svesku učili ste o razlomcima i cijelim brojeva, a u geometrijskom dijelu obradili ste vrste trokuta. U ovom drugom svesku gradivo započinjemo racionalnim brojevima, slijede linearne jednadžbe i postupci za njihovo rješavanje. Pred kraj školske godine ponovo se vraćamo na geometriju i opisujemo neke vrste četverokuta.

Svaki naslov u udžbeniku započinje problemom koji će vas kroz zanimljiv zadatak iz života uvesti u novo gradivo. Zatim slijede riješeni primjeri, putem kojih ćete stjecati nova znanja iz matematike. Znanje ćete utvrditi pomoću raznovrsnih zadataka koji se nalaze iza primjera. Zadaci su složeni po težini od lakših prema težima. Ako neku vrstu zadataka poželite još više uvježbati, na CD-u ćete naći dodatne i dopunske zadatke te druge obrazovne materijale i igre vezane uz matematiku.

Kroz gradivo matematike voditi će vas simpatični likovi: Luka, Maja, Matija, učiteljica, Beni i ostali, koji će se, baš kao i vi, uhvatiti u koštac s gradivom matematike. Svojim razgovorima i savjetima olakšat će vam svladavanje početnih teškoća.

Kako bi vaš uspjeh iz matematike bio još bolji, na kraju svake nastavne teme nalaze se pitanja za ponavljanje i uvježbavanje gradiva. U udžbeniku su posebno označeni dijelovi gradiva koji nisu dio obaveznog programa, ali su namijenjeni učenicima koji žele znati više. Osim toga, i drugi dijelovi građe istaknuti su posebnim okvirima. U tablici su dani njihovi opisi i značenja:

Oblik	Značenje
Zadatak 4.	Lakši zadatak (redni broj zadatka obojan svijetlo-plavom bojom)
Zadatak 5.	Složeniji zadatak ili zadatak za nadarene (redni broj zadatka obojan narančastom bojom)
	Važan dio gradiva kojeg treba dobro naučiti
	Dio teksta za lakše praćenje i pamćenje gradiva
	Formula
	Gradivo za radoznalce

Ako se u nekom zadatku traži crtanje ili upisivanje rješenja u udžbenik, riješite zadatak u svojoj bilježnici. Udžbenik trebaju koristiti i generacije iza vas.

Puno uspjeha u radu žele vam autorice udžbenika!

4. Racionalni brojevi

Važni pojmovi

pozitivni i negativni
racionalni
brojevi

skup racionalnih
brojeva Q

uspoređivanje
racionalnih
brojeva

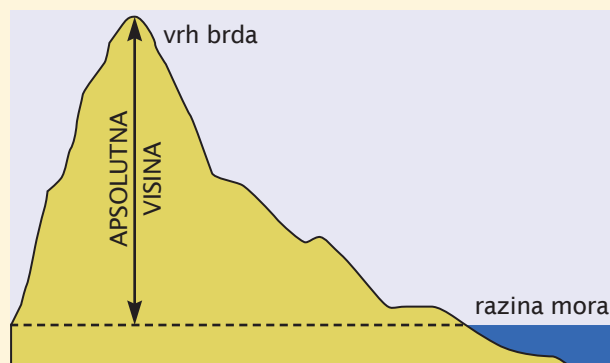
zbrajanje i
oduzimanje
racionalnih
brojeva

množenje i
dijeljenje
racionalnih
brojeva

Naziv "racionalni brojevi" potječe od latinske riječi *ratio*, koja znači računanje i razum. Racionalan broj se uvijek može izraziti u obliku količnika dvaju cijelih brojeva (nazivnik $\neq 0$). Zato se i skup racionalnih brojeva označava slovom Q (prvo slovo lat. *quotiens*: količnik). Riječ racionalan susrećemo i izvan matematike. Racionalan čovjek je razuman, onaj koji razmišlja, koji je štedljiv i nije rastrošan. Racionalan broj naziva se i razložan broj.

Zašto nam trebaju racionalni brojevi?

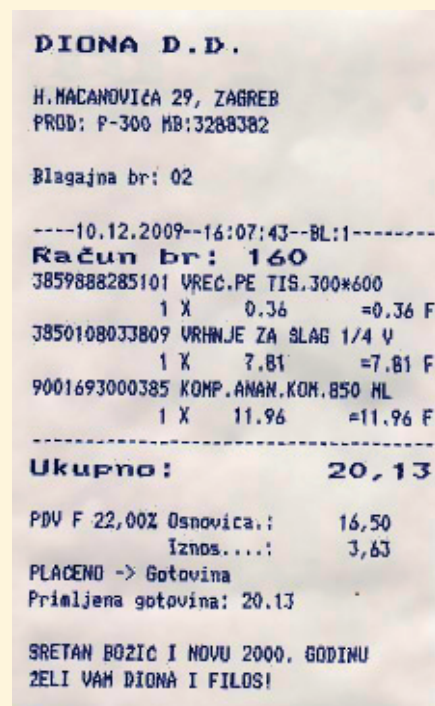
Da bismo znali:



na kojoj je nadmorskoj visini neko mjesto ispod razine mora



pročitati temperaturu
na termometru



izračunati koliko trebamo platiti
u trgovini



Najviši vrh na Zemlji je Mt Everest, s nadmorskom visinom 8.848 km. Najniže mjesto na Zemlji je Marijanska brazda, s nadmorskom visinom -11.022 km.



Kratki zadaci za ponavljanje

1. Kako se zove skup $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$?
2. Kako se zove skup $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$?
3. Poveži brojeve s njihovim nazivom.

5	decimalni broj
5.6	razlomak
$\frac{3}{4}$	negativan cijeli broj
$\frac{3}{4}$	pozitivan cijeli broj (prirodan broj)
-25	

4. Dopuni tablicu suprotnih brojeva

	5
-4	
	13
-50	
	2500

5. Koliko je

- a) $-5 \cdot 4$;
- b) $-5 \cdot (-4)$;
- c) $5 \cdot 4$;
- d) $5 \cdot (-4)$?

6. Koliko je

- a) $-5 - 4$;
- b) $-5 + 4$;
- c) $5 - 4$;
- d) $5 + 4$?

7. Koliko je

- a) $-15 : 3$;
- b) $-15 : (-3)$;
- c) $15 : 3$;
- d) $15 : (-3)$?

8. Koliko je

- a) $2.5 \cdot 3.2$;
- b) $2.5 + 3.45$;
- c) $12.3 - 2.99$;
- d) $16 : 5$?

9. Koliko je

- a) $\frac{1}{2} - \frac{3}{5}$;
- b) $\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$;
- c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$;
- d) $\frac{3}{4} : \frac{6}{5}$?

4.1. Pozitivni i negativni racionalni brojevi

U DAVNA VREMENA SMO NAJPRIJE PREBROJAVALI PREDMETE, OSOBE, ŽIVOTINJE ITD. ZA PREBROJAVANJE NAM TREBAJU **PRIRODNI BROJEVI**. TO SU BROJEVI 1, 2, 3, 4, ... SKUP PRIRODNIH BROJEVA OZNAČAVAMO SLOVOM **N**.

JEDAN, DVA, TRI...



$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

IMAM PET BOMBONA I POJEDEM IH SVE - KOLIKO BOMBONA MI JE OSTALO?

ŠKRTICA!

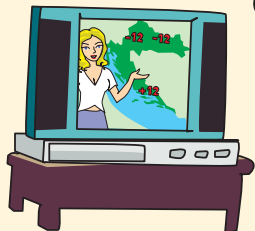


N₀

DA BISMO ODGOVORILI NA MATIJINO PITANJE, TREBA NAM BROJ NULA. SKUP PRIRODNIH BROJEVA PROŠIRILI SMO NULOM I DOBILI SKUP **N₀**.

JUČER SU NA TV-U REKLI DA ĆE TEMPERATURA ZRAKA BITI -12°C ! TREBAO SAM KUPITI PEĆ UMJESTO VIDEO-REKORDERA.

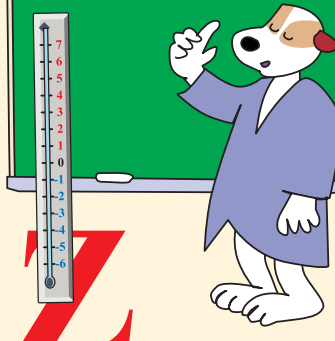
BROJ -12 NIJE PRIRODAN BROJ, VEĆ JE TO NEGATIVAN CIJELI BROJ. PRIČU O BROJEVIMA PROŠIRUJEMO S **NEGATIVNIM BROJEVIMA**.



$$Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

OZNAKA **Z** DOLAZI OD NJEMAČKE RIJEČI „ZAHL“ ŠTO ZNAČI „BROJ“.

SKUP CIJELIH BROJEVA OZNAČAVAMO SA **Z**. SKUP CIJELIH BROJEVA SE SASTOJI OD PRIRODNIH BROJEVA, NULE I NEGATIVNIH CIJELIH BROJEVA.



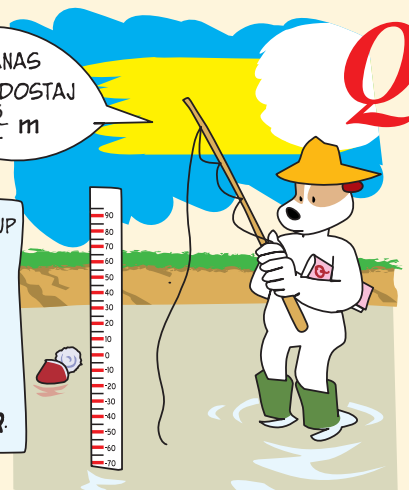
CIJENA POLA KRUHA JE 2.80 KN.

CIJENA $\frac{1}{2}$ KRUHA JE 2.80 KN. ZA KUPOVINU KRUHA SU NAM ZATREBALI I **RAZLOMCI** I **DECIMALNI BROJEVI**. TU U PRIČU STIŽE NOVI SKUP, A TO JE SKUP RAZLOMAKA. OZNAČAVA SE S **Q⁺**



DANAS JE VODOSTAJ $-\frac{3}{4}$ m

PROŠIRIMO LI SKUP RAZLOMAKA I S NEGATIVNIM RAZLOMCI, DOBIVAMO SKUP **RACIONALNIH BROJEVA** KOJI OZNAČAVAMO S **Q**.



N - skup prirodnih brojeva
Z - skup cijelih brojeva
Q - skup racionalnih brojeva

Važno

U skupu racionalnih brojeva su svi:

- prirodni brojevi
- cijeli brojevi
- razlomci
- decimalni brojevi.

Skup Q matematički zapisujemo ovako: $Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$

i čitamo:

“skup racionalnih brojeva sadrži sve razlomke $\frac{a}{b}$ čiji brojnik i nazivnik su iz skupa cijelih brojeva, a nazivnik mora biti različit od nule”.

Skup racionalnih brojeva sadrži sve brojeve koje ste dosad naučili i koje ćete koristiti u većini situacija u svakodnevnom životu. No to nije kraj priče o skupovima brojeva - nastavak slijedi u 8. razredu.

Primjer 1. Pozitivni i negativni racionalni brojevi

Razdvoji napisane brojeve u dvije grupe - posebno pozitivne, a posebno negativne racionalne brojeve:

$$2, -5.6, -\frac{4}{5}, 123.46, -500, \frac{11}{8}.$$

Rješenje:

Pozitivni racionalni brojevi	Negativni racionalni brojevi
2, 123.46, $\frac{11}{8}$	-5.6, $-\frac{4}{5}$, -500

Pozitivni racionalni brojevi imaju predznak +, koji najčešće ne pišemo.

Negativni racionalni brojevi imaju predznak -.

Primjer 2. Zapis u obliku razlomka

Napiši ove brojeve u obliku razlomka: 2, -5, 4.5, -12.39.

Rješenje:

Sve racionalne brojeve možemo zapisati u obliku razlomka. Prisjetimo se kako to radimo.

$$2 = \frac{2}{1}, \quad -5 = -\frac{5}{1}.$$

$$4.5 = \frac{45}{10} \quad -12.39 = -\frac{1239}{100}$$

Svaki cijeli broj možemo zapisati u obliku razlomka s nazivnikom 1.

Decimalni broj zapisujemo u obliku razlomka tako da u nazivniku napišemo odgovarajuću dekadsku jedinicu, tj. 10, 100, 1000,...

U brojniku ne pišemo decimalnu točku, a nazivniku napišemo 1 i onoliko nula koliko ima decimala.



Ne zaboravi prepisati predznak

Zadaci

1. Napiši u obliku razlomka:

- a) 2, 123, 45, 90, 12345;
 b) -4, -65, -323, -456345;
 c) 1.2, 3.4, 4.56, 5.67, 7.999, 1.250;
 d) -3.7, -12.25, -0.75, -0.375, -450.4441.

2. Napiši u obliku razlomka:

- a) 2.5, 23, -4.5, 9, -12;
 b) -44, -6.5, 554, -4.563.

3. Broj -8 zapiši na tri načina u obliku razlomaka.

4. Ove brojeve zapiši na 3 načina u obliku razlomaka:

$$12, -1.6, -\frac{4}{5}, 3.46, -5, \frac{4}{3}.$$

Primjer 3. Zapis u obliku decimalnog broja

Napiši ove brojeve u obliku decimalnog broja:

$$2, -5, \frac{4}{5}, -\frac{19}{8}, \frac{7}{6}.$$

Rješenje:

Svaki cijeli broj možemo zapisati u obliku decimalnog s bilo kojim brojem nula iza decimalne točke.

$$2 = 2.0,$$

$$-5 = -5.0 = -5.00 = -5.000000$$

Da bismo razlomak zapisali u obliku decimalnog broja, dijelimo njegov brojnik s nazivnikom.

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0.8;$$

$$-\frac{19}{8} = -19 : 8 = -2.375;$$

$\frac{7}{6} = 7 : 6 = 1.166666666666\dots$ U ovom primjeru ne možemo podijeliti dokraja, stalno se ponavlja ostatak 4. Kažemo da razlomak $\frac{7}{6}$ ima **beskonačan decimalni zapis**.

$$\begin{array}{r} \frac{7}{6} = 7 : 6 = 1.16666\dots \\ 10 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \end{array}$$

Pri računanju ne možemo koristiti beskonačan decimalni zapis, pa taj decimalni broj zaokružujemo na određeni broj decimala.

Zaokružen na	1.166666666666...
tri decimala	1.167
dvije decimala	1.17
jednu decimalu	1.2

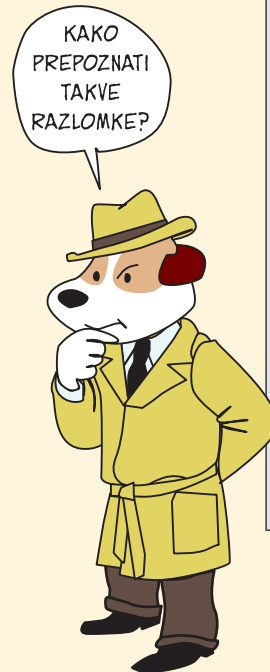


Razlomci s beskonačnim decimalnim zapisom

Neskrativi razlomak ima konačan zapis u obliku decimalnog broja ako su mu prosti faktori nazivnika samo brojevi 2 i 5. Ako se kao prosti faktor nazivnika pojavljuje bilo koji drugi broj, razlomak će imati beskonačan zapis u obliku decimalnog broja.

Razlomci koji imaju **konačan** zapis imaju nazivnike: 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50...

Razlomci koji imaju **beskonačan** zapis imaju nazivnike: 3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18,...



Konačan decimalni zapis	Beskonačan decimalni zapis
$\frac{4}{5} = 0.8$	$\frac{1}{3} = 0.333333\dots$
$\frac{7}{2} = 3.5$	$\frac{5}{6} = 0.833333\dots$
$\frac{11}{4} = 2.75$	$\frac{7}{11} = 0.636363\dots$
$\frac{17}{20} = 0.85$	$\frac{4}{15} = 0.266666\dots$
$\frac{13}{10} = 1.3$	$\frac{5}{23} = 0.217391\dots$
$\frac{3}{16} = 0.1875$	$\frac{11}{13} = 0.846153\dots$
	$\frac{55}{12} = 4.583333\dots$

Primjer 4. Standardni zapis racionalnog broja

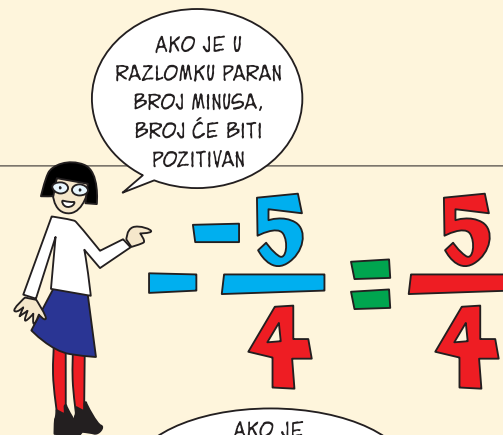
Kako možemo zapisati $-\frac{8}{4}$?

$$-(8 : 4) = (-8) : 4 \\ = 8 : (-4) = -2$$

Rješenje:

$$-\frac{8}{4} = \frac{-8}{4} = \frac{8}{-4}$$

Predznak - možemo pisati ispred razlomka, u brojniku ili u nazivniku. Uobičajeno je da se **predznak - piše u brojniku razlomka**, taj zapis nazivamo **standardnim**.



Zadaci

5. Napiši u obliku decimalnog broja. Ako je rezultat beskonačan decimalni broj, zaokruži ga na tri decimale:

a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{5}{8}$;

b) $-\frac{15}{4}, \frac{8}{2}, -\frac{29}{5}, \frac{350}{10}, -\frac{526}{8}$;

c) $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{7}, \frac{11}{13}, \frac{14}{15}$;

d) $-\frac{11}{3}, -\frac{15}{6}, -\frac{39}{7}, -\frac{110}{13}, -\frac{60}{15}$.

6. Napiši u obliku decimalnog broja:

$5, \frac{3}{4}, -\frac{11}{2}, -12, \frac{29}{10}, -\frac{53}{8}$.

7. Prepoznaj prema nazivniku ima li razlomak konačan ili beskonačan decimalni zapis. Razvrstaj ih prema tome u tablicu.

$\frac{1}{3}, \frac{11}{2}, \frac{2456}{13}, \frac{30}{6}, \frac{11}{20}, \frac{55}{32}, \frac{21}{7}, \frac{10}{3}, \frac{111}{8}, \frac{3}{6}$

Konačan decimalni zapis	Beskonačan decimalni zapis
$\frac{3}{4}$,	$\frac{2}{3}$

8. Zadatak riješi upotrebom džepnog računala. Napiši zadani razlomak u obliku decimalnog broja. Ako je rezultat beskonačan decimalni broj, zaokruži ga na dvije decimale. Na početku udžbenika su upute za rad s džepnim računalom.

a) $\frac{7}{4}, \frac{3}{2}, \frac{12}{5}, \frac{37}{10}, \frac{54}{8}$;

b) $-\frac{175}{4}, \frac{85}{2}, -\frac{296}{5}, \frac{2350}{10}, -\frac{52126}{8}$

c) $\frac{12}{3}, \frac{15}{6}, \frac{37}{7}, \frac{121}{13}, \frac{1488}{15}$;

d) $-\frac{1231}{3}, -\frac{36}{6}, -\frac{379}{7}, -\frac{1210}{13}, -\frac{6001}{15}$.

9. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.

a) $-\frac{45}{23}$; b) $\frac{245}{-99}$; c) $\frac{2}{-3}$; d) $-\frac{16}{25}$.

10. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.

a) $-\frac{45}{-23}$; b) $\frac{-245}{-99}$;

c) $-\frac{2}{-3}$; d) $\frac{-16}{-25}$.

11. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.

a) $-\frac{45}{23}$; b) $-\frac{245}{99}$;

c) $-\frac{2}{-3}$; d) $-\frac{16}{-25}$.

12. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.

a) $-\frac{45}{-23}$; b) $-\frac{245}{-99}$;

c) $-\frac{2}{-3}$; d) $-\frac{16}{-25}$.

13. Odredi je li racionalan broj negativan ili pozitivan.

a) $-\frac{5}{-3}$; b) $\frac{45}{-9}$; c) $-\frac{2}{33}$;

d) $\frac{19}{21}$; e) $-\frac{5}{29}$; f) $-\frac{25}{-9}$;

g) $-\frac{12}{-37}$; h) $-\frac{6}{5}$.

4.2. Prikazivanje racionalnih brojeva na pravcu

Prosječne temperature

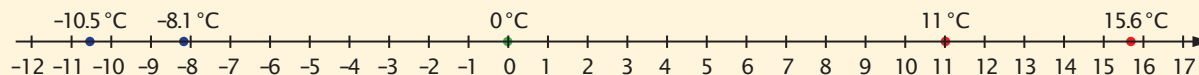
Lukin djed zabilježio je prosječne temperature za jednu godinu.
Prikaži te temperature na brojevnom pravcu.

Mjesec	Prosječna temperatura
siječanj	-12 °C
veljača	-10 °C
ožujak	0 °C
travanj	11 °C
svibanj	18 °C
lipanj	21 °C
srpanj	25 °C
kolovoz	28 °C
rujan	20 °C
listopad	11 °C
studeni	2 °C
prosinac	-5 °C

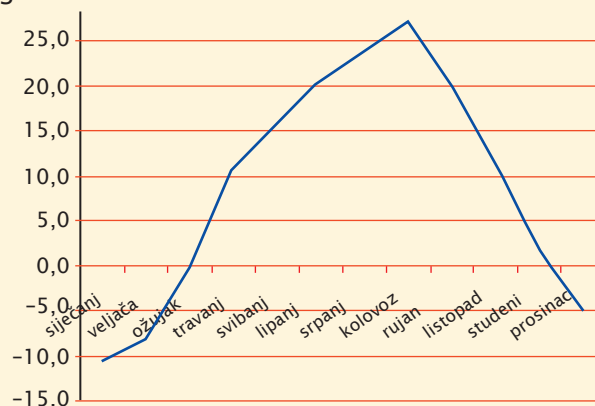
Primjer 1. Decimalni brojevi na brojevnom pravcu

Lukin djed je dobio novi digitalni termometar pa sad preciznije bilježi temperature. Kako bismo te temperature prikazali na brojevnom pravcu?

Mjesec	Prosječna temperatura
siječanj	-10.5 °C
veljača	-8.1 °C
ožujak	0 °C
travanj	11 °C
svibanj	15.6 °C



Promjene temperature se uobičajeno prikazuju grafikonom.



Rješenje:

Na brojevnom pravcu smo već naučili prikazivati razlomke, cijele i decimalne brojeve. Pri smještanju brojeva na brojevni pravac moramo se prisjetiti da su negativni brojevi lijevo od nule, a pozitivni desno od nule.

Najprije odredimo između kojih cijelih brojeva su zadani brojevi:

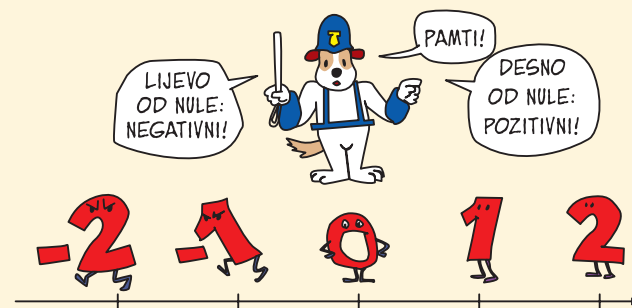
- 10.5 je između -11 i -10.

- 8.1 je između -9 i -8

0 je točno 0.

11 je točno 11.

15.6 je između 15 i 16.



Primjer 2. Razlomci na brojevnom pravcu

Prikaži na brojevnom pravcu $\frac{7}{2}$, $-\frac{16}{7}$, $-\frac{40}{10}$ i $\frac{8}{10}$.

Rješenje:

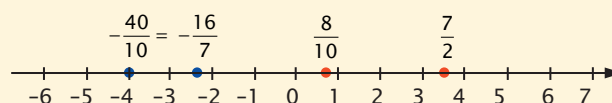
Razlomke je najjednostavnije prikazati na brojevnom pravcu tako da ih najprije zapišemo u obliku decimalnog broja te odredimo između kojih cijelih brojeva se nalaze.

$$\frac{7}{2} = 3.5, \text{ između } 3 \text{ i } 4;$$

$-\frac{16}{7} \approx -2.29$, između -3 i -2 . Stavili smo znak \approx jer smo decimalni broj zaokružili na dvije decimale;

$$-\frac{40}{10} = -4, \text{ točno } -4;$$

$$\frac{8}{10} = 0.8, \text{ između } 0 \text{ i } 1.$$



Zadaci

1. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:

a) 2, 4, 6, -3, -1, -2;

b) -5, -7, 0, 2, 5;

2. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:

a) 2.5, 5.4, -1.1, -3.6;

b) -5.6, -2.4, 3, 4.4;

c) 5.3, 6.2, -3.3, -4.9, 0;

d) 7.3, 8.9, -9.1, -8.2;

3. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:

a) $-\frac{10}{5}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{5}{5}$ i $-\frac{13}{5}$; b) $-\frac{10}{4}$, $\frac{17}{4}$, $\frac{5}{4}$ i $-\frac{12}{4}$;

c) $\frac{10}{3}$, $-\frac{17}{3}$, $\frac{5}{3}$ i $-\frac{12}{3}$; d) $\frac{10}{6}$, $-\frac{17}{6}$, $-\frac{5}{6}$ i $\frac{12}{6}$.

4. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:

a) $\frac{11}{7}$, $-\frac{11}{3}$, $-\frac{23}{4}$, $\frac{63}{5}$, 2.5, -1.9;

b) $-\frac{9}{8}$, $-\frac{15}{4}$, $-\frac{20}{6}$, $\frac{52}{9}$, $\frac{15}{10}$;

c) $-\frac{4}{3}$, $\frac{11}{4}$, $-\frac{5}{2}$, $-\frac{6}{2}$, -4, 3.7;

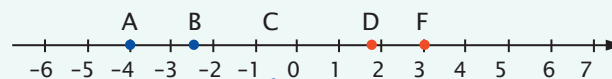
d) $\frac{4}{9}$, $-\frac{11}{3}$, $-\frac{9}{2}$, $-\frac{9}{3}$, 5.5, -7.6;

e) $-\frac{14}{5}$, $\frac{21}{10}$, $-\frac{5}{5}$, $-\frac{33}{10}$, 4.5, 5.2, 6.3;

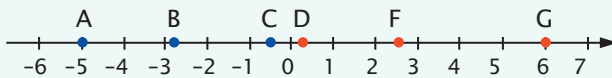
f) $\frac{7}{6}$, $\frac{15}{7}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{5}{9}$, -1.4, -5.6, -2.9.

5. Napiši koji racionalni brojevi su pridruženi točkama na slici.

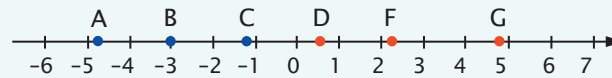
a)



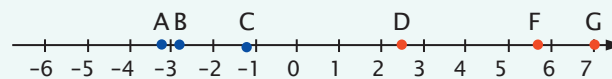
b)



c)



d)



4.3. Uspoređivanje racionalnih brojeva

Veći ili manji

Usporedi zadane brojeve:

- a) 12.4 i 4.5; b) -5 i 0;
 c) 2.5 i 0; d) -11 i -12;
 e) -8 i -7.

$a = b$ "broj a je jednak broju b "
 $a < b$ "broj a je manji od broja b "
 $a > b$ "broj a je veći od broja b "

Primjer 1. Uspoređivanje pozitivnih i negativnih brojeva

Usporedi zadane brojeve:

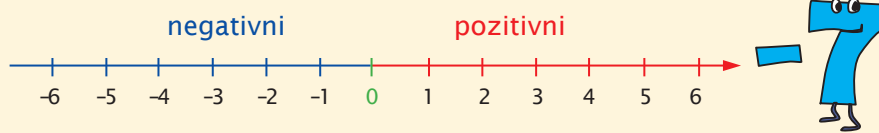
- a) -12.5 i 0; b) $\frac{5}{6}$ i 0 c) 3.1 i $-\frac{4}{3}$.

Rješenje:

Prisjetimo se što smo naučili o uspoređivanju pozitivnih i negativnih cijelih brojeva!

Važno

- Negativan broj je manji od pozitivnog broja
- Nula je veća od negativnog broja
- Nula je manja od pozitivnog broja



Za racionalne brojeve vrijede ista pravila za uspoređivanje.

a) $-12.5 < 0$, jer je -12.5 negativan broj;

b) $\frac{5}{6} > 0$, jer je $\frac{5}{6}$ pozitivan broj;

c) $3.1 > -\frac{4}{3}$, jer je 3.1 pozitivan, a $-\frac{4}{3}$ negativan broj.



Zadaci

1. Usporedi zadane brojeve

- a) -5 i 9; 7 i 0; -8 i 0;
 -7 i 12; 6 i -3; -12 i 4;

- b) $\frac{5}{8}$ i 0, $-\frac{4}{9}$ i 0, $-\frac{11}{4}$ i 3.4, $\frac{14}{5}$ i $-\frac{123}{7}$;

- c) 0 i -12.4, $-\frac{4}{9}$ i 5.4, 0 i $-\frac{121}{54}$, -

, 19.35 i $-\frac{1323}{257}$;

- d) $\frac{3}{545}$ i -0.123, 1.44 i $-\frac{567}{999}$,

6.5 i -9.7, 11.2 i -5.3.

Primjer 2. Uspoređivanje pozitivnih brojeva

Usporedi zadane brojeve:

a) 5.5 i 3.7;

b) $\frac{5}{6}$ i $\frac{11}{3}$;

c) 3.1 i $\frac{13}{4}$.

Rješenje:

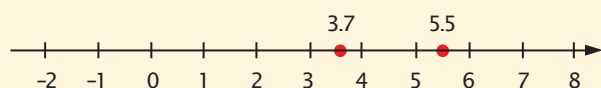
Prisjetimo se što smo naučili o uspoređivanju cijelih brojeva:

Važno

Od dva broja manji je onaj koji je na brojevnom pravcu smješten lijevo, a veći je onaj koji je na brojevnom pravcu smješten desno u odnosu na drugi broj.

Za racionalne brojeve vrijedi isto pravilo.

a) $5.5 > 3.7$ jer je na brojevnom pravcu 5.5 desno od 3.7.



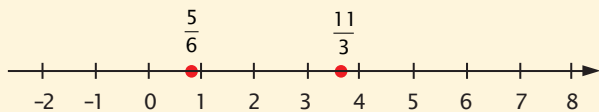
b)

I. način

$\frac{5}{6} < \frac{11}{3}$ jer je na brojevnom pravcu $\frac{5}{6}$ lijevo

od $\frac{11}{3}$.

$$\frac{5}{6} \approx 0.83 \quad \frac{11}{3} \approx 3.67.$$



II. način

Dva razlomka možemo usporediti i koristeći pravilo unakrsnog množenja. No prije uspoređivanja na taj način, treba razlomke zapisati u standardnom obliku.

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d > b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d < b \cdot c$$

Množimo unakrsno $5 \cdot 3 = 15$, $6 \cdot 11 = 66$;
 $15 < 66$, pa je $\frac{5}{6} < \frac{11}{3}$.

c) 3.1 i $\frac{13}{4}$. Pri uspoređivanju decimalnog broja i razlomka najjednostavnije je razlomak zapisati u obliku decimalnog broja pa onda usporediti.
 $\frac{13}{4} = 3.25$.

Dakle, vrijedi: $3.1 < 3.25$.

Zadaci

2. Usporedi racionalne brojeve:

a) $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$ i $\frac{19}{3}$, $\frac{3}{10}$ i $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{6}$ i $\frac{1}{6}$;

b) $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{3}$, $\frac{8}{3}$ i $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{10}$ i $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{6}$ i $\frac{10}{12}$;

c) 2.5 i 6.8, 12.34 i 12.43, 6.45 i 5.56, 125.99 i 125.91;

d) 0.5 i $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{2}$ i 5.6, $\frac{3}{10}$ i 0.33, $\frac{5}{6}$ i 0.83.

3. a) Maja je pojela $\frac{3}{16}$ torte, a Luka $\frac{9}{40}$. Tko je pojeo veći dio torte?

b) Petar je pretrčao 0.75 kruga, a Lucija $\frac{11}{28}$. Tko je pretrčao manje?

c) Knjiga o životinjama košta 79.67 kn, a knjiga o biljkama 51.25 kn. Koja knjiga je skuplja?

d) U jednoj minuti prvi je motor prešao $\frac{5}{7}$, a drugi 0.5 staze. Koji motor je prešao veći dio staze? Koji motor je brži?

4. Na teniskom turniru Luka je pobijedio u 8 od ukupno 13 mečeva, a Lucija u 6 od 10 mečeva. Tko je bio uspješniji?

5. Ana je pretrčala 2 km za 12 minuta, a Maja 4 km za 27 minuta. Tko je trčao brže?

6. Prva cijev napuni bazen za 6 sati, a druga za 8 sati.

a) Koliki dio bazena napuni prva cijev za 1 sat?

b) Koliki dio bazena napuni druga cijev za 1 sat?

c) Napuni li veći dio bazena prva cijev za 5 sati ili druga za 6 sati?

Primjer 3. Uspoređivanje negativnih brojeva

Usporedi zadane brojeve:

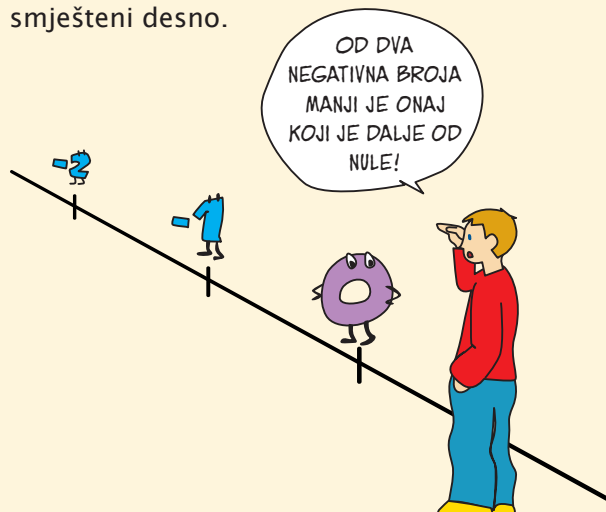
a) -5.5 i -3.7;

b) $-\frac{5}{6}$ i $-\frac{11}{3}$;

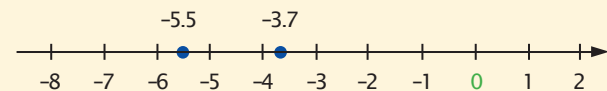
c) -3.1 i $-\frac{13}{4}$.

Rješenje:

Za negativne racionalne brojeve vrijedi isto pravilo: **manji** brojevi su na brojevnom pravcu smješteni **lijevo**, a **veći** su na brojevnom pravcu smješteni **desno**.



a) $-5.5 < -3.7$ jer je na brojevnom pravcu -5.5 lijevo od -3.7. Primijetimo da je -5.5 na brojevnom pravcu dalje od 0 nego što je -3.7. To znači da je $-5.5 < -3.7$.



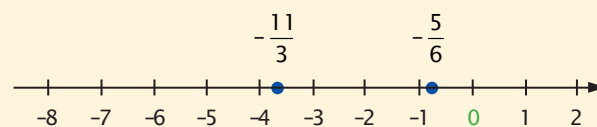
b)

I. način

$-\frac{5}{6} > -\frac{11}{3}$ jer je na brojevnom pravcu $-\frac{5}{6}$ bliže nuli nego što je $-\frac{11}{3}$. Odnosno, $-\frac{5}{6}$ je desno od

$-\frac{11}{3}$ na brojevnom pravcu.

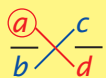
$$-\frac{5}{6} \approx -0.83, \quad -\frac{11}{3} \approx -3.67$$



II. način

Dva razlomka možemo usporediti i koristeći pravilo unakrsnog množenja. No prije uspoređivanja na taj način, treba razlomke zapisati u standardnom obliku.

Pravilo unakrsnog množenja



Dakle, uspoređujemo $\frac{-5}{6}$ i $\frac{-11}{3}$.

Množimo unakrsno

$$(-5) \cdot 3 = -15,$$

$$6 \cdot (-11) = -66;$$

$$-15 > -66 \text{ pa je } -\frac{5}{6} > -\frac{11}{3}.$$

c) 3.1 i $\frac{13}{4}$. Pri uspoređivanju decimalnog broja i razlomka najjednostavnije je razlomak zapisati u obliku decimalnog broja pa onda usporediti.

$$\frac{13}{4} = 3.25. \text{ Dakle, vrijedi: } 3.1 < 3.25.$$

Primjer 4. Uspoređivanje više brojeva

Na nagradnoj igri djeca su izvukla ove brojeve:

Luka 2.75, Ana $\frac{7}{4}$, Lucija $\frac{16}{5}$, Matija 3.01 i Maja $\frac{20}{8}$.

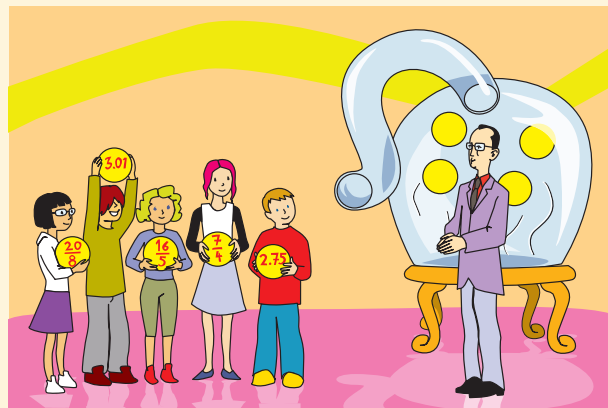
Prvu nagradu dobiva najveći od izvučenih brojeva. Tko je sretni dobitnik?

Rješenje:

Zadane razlomke zapisujemo u obliku decimalnih brojeva:

$$\frac{7}{4} = 1.75, \quad \frac{16}{5} = 3.2, \quad \frac{20}{8} = 2.5.$$

Trebamo naći najveći među brojevima: 2.75, 1.75, 3.2, 3.01 i 2.5. To je broj 3.2. Dakle sretna dobitnica je Lucija, koja je izvukla broj $\frac{16}{5}$.



Primjer 5. Brojevi između

Napiši pet racionalnih brojeva između:

- a) 12 i 20;
- b) -3 i 2;
- c) -6 i -5.

Rješenje:

a) Rečenicu "brojevi između 12 i 20" matematički zapisujemo ovako $12 < x < 20$.

Između brojeva 12 i 20 postoji beskonačno mnogo racionalnih brojeva, evo nekoliko primjera: 15, $17\frac{1}{4}$, $\frac{55}{3}$, 18.5, 19.999.

b) Rečenicu "brojevi između -3 i 2" matematički zapisujemo ovako $-3 < x < 2$.

Između brojeva -3 i 2 postoji beskonačno mnogo racionalnih brojeva, evo nekoliko primjera: -2, -1, -0.75, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{4}$.

c) Rečenicu "brojevi između -6 i -5" matematički zapisujemo ovako $-6 < x < -5$.

Između brojeva -6 i -5 postoji beskonačno mnogo racionalnih brojeva, evo nekoliko primjera:

$$-5.99, -5\frac{3}{4}, -\frac{63}{12}, -5.123, -5.04567.$$

Zadaci

7. Usporedi racionalne brojeve:

a) $\frac{7}{2}$ i -3 , -5 i $-\frac{23}{5}$, $-\frac{13}{10}$ i -4 , $-\frac{13}{6}$ i -2 ;

b) $-\frac{5}{2}$ i $-\frac{4}{3}$, $-\frac{8}{3}$ i $-\frac{11}{5}$, $-\frac{13}{10}$ i $-\frac{15}{7}$, $-\frac{13}{6}$ i $-\frac{17}{12}$;

c) -2.5 i -5.2 , -12.34 i -12.33 , -6.45 i -6.56 , -125.99 i -126.99 ;

d) -1.5 i $-\frac{4}{3}$, $-\frac{11}{2}$ i -5.6 , $-\frac{4}{10}$ i -0.4 , $-\frac{2}{6}$ i -0.33 .

8. Usporedi racionalne brojeve:

a) $\frac{11}{2}$ i -3 , 5 i $\frac{24}{5}$, $-\frac{19}{10}$ i -2 , $-\frac{11}{6}$ i 21 ;

b) $-\frac{7}{2}$ i $\frac{11}{3}$, $-\frac{5}{3}$ i $-\frac{7}{5}$, $\frac{19}{10}$ i $\frac{20}{7}$, 0 i $-\frac{117}{12}$;

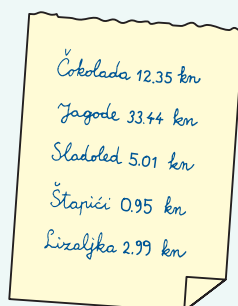
c) -2.3 i 2.1 , -2.34 i 0 , 6.5 i -6.56 , 25.9 i 0 ;

d) -2.5 i $\frac{5}{3}$, $\frac{19}{2}$ i -5.6 , $-\frac{7}{10}$ i -0.7 , $-\frac{12}{6}$ i 0

9. Poredaj po veličini od najmanjeg prema najvećem:

a) $\frac{5}{7}$, $-\frac{5}{9}$ i $\frac{4}{3}$; b) $\frac{1}{3}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $-\frac{13}{9}$.

10. Pogledaj na slici cijene koje je Maja zapisala. Poredaj stvari s popisa od najskuplje prema najjeftinijoj.

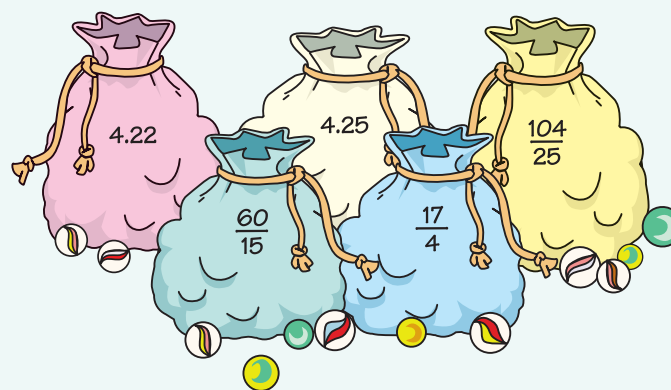


11. Poredaj po veličini od najvećeg prema najmanjem:

a) $-\frac{13}{4}$, 0.8 , -2.31 , $\frac{5}{2}$ i 1.75 ;

b) -5.21 , 4.43 , -5.05 , $-\frac{27}{5}$ i $\frac{17}{4}$.

12. Pogledaj sliku i poredaj vreće po težini, od najlakše prema najtežoj.

13. Prema hidrološkom izvještaju 20. 7. 2004. vodostaj rijeke Drave u Donjem Miholjcu bio je -105 cm, u Terezinu Polju -101 cm, Botovu 47 cm, Varaždinu 45 cm. Gdje je rijeka Drava imala najviši, a gdje najniži vodostaj?

14. Napiši tri racionalna broja za koje vrijedi

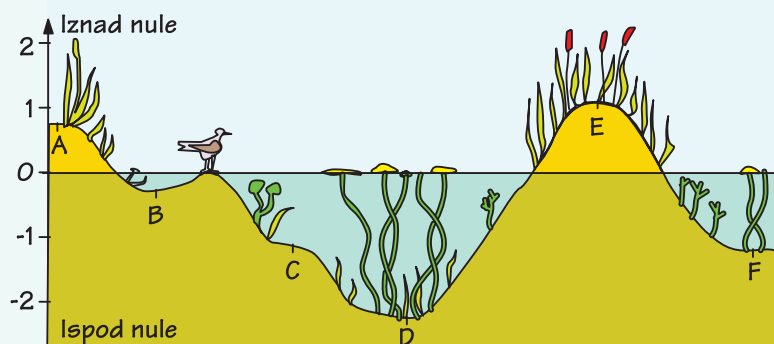
- a) $9 < x < 19$
- b) $-15 < x < -11$;
- c) $0 < x < 2$;
- d) $-11.9 < x < -9.5$;
- e) $-11 < x < -10$;
- f) $-1.2 < x < -1.1$;
- g) $5.55 < x < 5.59$.

15. Tektonskim poremećajima nastaju uleknuća tla. Ta područja na Zemlji imaju nadmorsku visinu nižu od morske razine (0 m). Jezero Turfan (Kina) ima nadmorsku visinu -154 m, a Mrtvo more (Izrael, Jordan) -400 m. Koje jezero ima manju nadmorsku visinu?

16. Poredaj podatke o temperaturama u rastućem nizu:
- 11.5 °C, 17.8 °C, -12.9 °C, 0 °C, 29 °C, -29.6 °C;
 - 21.5 °C, -12.8 °C, -15.9 °C, 2 °C, 39 °C, -33.6 °C;
 - 14.5 °C, 7.8 °C, -2.9 °C, -0.5 °C, 9 °C, -2.6 °C.
17. Poredaj po visini navedene vodostaje rijeke Save tako da počneš s najnižim.

Dnevni hidrološki izvještaj Rijeka SAVA	
Jesenice	-1.3 m
Zagreb	-2.11 m
Crnac	-0.95 m
Jasenovac	0.39 m
Mačkovac	1.99 m
Davor	2.01 m
Slavonski Brod	0.68 m
Slavonski Šamac	-1.15 m
Županja	0.79 m

18. Pročitaj podatke o visinama sa slike pa odgovori na pitanja:
- Koja je najniža točka?
 - Koja je najviša točka?
 - Poredaj točke prema izmjerenim visinama.



19. a) Poredaj gradove prema izmjerenim temperaturama tako da počneš od najtoplijeg grada.
- Atena 13.4 °C, Berlin 5.4 °C, Moskva -23.4 °C, Oslo -13.4 °C, Pariz -3.8 °C, Prag -5.4 °C, Rim 16.5 °C, Beč 0 °C, Zagreb 1.5 °C, Bern -2.6 °C, London -5.5 °C, Madrid 9.4 °C, Kopenhagen -12.8 °C, Haag 2.6 °C, Helsinki -19.2 °C.
- b) U kojim gradovima je temperatura bila između -6 °C i 6 °C?
20. Poredaj po visini navedene vodostaje rijeke Save tako da počneš s najvišim.

Dnevni hidrološki izvještaj Rijeka SAVA	
Jesenice	$-\frac{1}{2}$ m
Zagreb	32 cm
Crnac	-65 cm
Jasenovac	0.39 m
Mačkovac	2 m
Davor	$-\frac{3}{4}$ m
Slavonski Brod	86 cm
Slavonski Šamac	-1.20 m
Županja	$\frac{9}{10}$ m

21. Upotrijebi džepno računalo da bi zapisao razlomke u obliku decimalnih brojeva, a zatim poredaj zadane brojeve po veličini počevši s najmanjim.



- $-2.5, \frac{5}{2}, \frac{19}{4}, -5.6, -\frac{7}{10}$;
- $12.5, \frac{45}{4}, -\frac{1}{4}, -15.06, -\frac{723}{10}$;
- $5.4, -\frac{16}{3}, \frac{32}{6}, -5.1, -\frac{27}{5}$;
- $-2.5, \frac{5}{2}, \frac{19}{4}, -5.6, -\frac{7}{10}$.

Vježbalica

1. Napiši u obliku razlomka (skрати razlomak do kraja):
 a) 6; b) -8; c) 1.4; d) -4.5;
 e) 2; f) -5; g) 2.5; h) -3.75.
2. Napiši u obliku razlomka (skрати razlomak do kraja):
 a) 12; b) -10; c) 1.5; d) -4.75;
 e) 3; f) -7; g) 0.25; h) -1.45.
3. Napiši u obliku decimalnog broja. Ako je rezultat beskonačan decimalni broj, zaokruži ga na tri decimale:
- a) $\frac{1}{8}$; b) $-\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{7}{10}$; e) $-\frac{5}{4}$.
4. Napiši u obliku decimalnog broja. Ako je rezultat beskonačan decimalni broj, zaokruži ga na tri decimale:
- a) $\frac{6}{9}$; b) $-\frac{5}{8}$; c) $\frac{3}{12}$; d) $2\frac{9}{10}$; e) $-\frac{21}{4}$.
5. Napiši u obliku decimalnog broja. Ako je rezultat beskonačan decimalni broj, zaokruži ga na tri decimale:
- a) $\frac{12}{25}$; b) $-\frac{7}{8}$; c) $3\frac{1}{10}$; d) $\frac{17}{15}$; e) $-\frac{11}{20}$.
6. Razlomke prvo skрати ako možeš. Prepoznaj prema nazivniku skraćenog razlomka ima li razlomak konačan ili beskonačan decimalni zapis. Razvrstaj ih prema tome u tablicu.

$\frac{15}{9}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{22}{11}$, $\frac{41}{8}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{115}{35}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{15}{6}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{7}{16}$

Konačan decimalni zapis	Beskonačan decimalni zapis

7. Razlomke prvo skрати ako možeš. Prepoznaj prema nazivniku skraćenog razlomka ima li razlomak konačan ili beskonačan decimalni zapis. Razvrstaj ih prema tome u tablicu.

$\frac{27}{25}$, $\frac{21}{24}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{33}{22}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{55}{15}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{9}{16}$

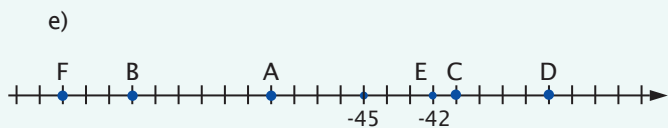
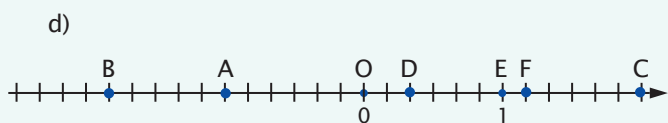
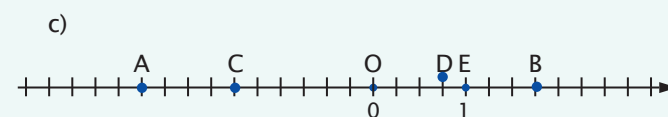
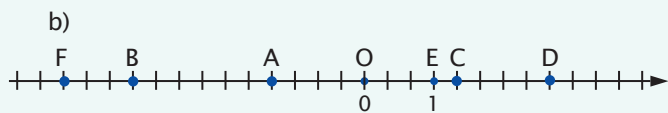
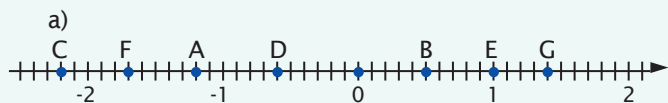
Konačan decimalni zapis	Beskonačan decimalni zapis

8. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.
 a) $-\frac{7}{-12}$; b) $-\frac{-25}{-9}$;
 c) $-\frac{-2}{13}$; d) $-\frac{-6}{-5}$.
9. Napiši racionalne brojeve u standardnom zapisu.
 a) $\frac{-4}{-3}$; b) $-\frac{2}{-9}$;
 c) $-\frac{-2}{7}$; d) $\frac{-8}{-5}$.
10. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:
 a) 2.7, 3.4, -5.1, -3.8;
 b) -2.6, -5.4, 4, 1.4;
 c) 5.4, 6.1, -0.3, -2.9, 0;
 d) 7.1, 2.9, -8.1, -0.2;
11. Prikaži racionalne brojeve na brojevnom pravcu:
 a) $\frac{10}{4}$, $-\frac{1}{8}$, $-1\frac{2}{4}$, $\frac{4}{20}$, 1.6, -2.2;
 b) $-\frac{20}{8}$, $-\frac{1}{4}$, $-\frac{8}{6}$, $\frac{4}{9}$, $1\frac{1}{10}$;
 c) $-1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{4}$, $-\frac{5}{8}$, $-\frac{8}{2}$, -5, 2.7;
 d) $\frac{2}{9}$, $-\frac{7}{3}$, $-\frac{5}{2}$, $-\frac{12}{4}$, 3.5, -4.6;
 e) $-\frac{17}{5}$, $\frac{11}{10}$, $-2\frac{1}{5}$, $-\frac{15}{10}$, 4.5, -5.2, 6.3;
 f) $\frac{20}{6}$, $2\frac{3}{7}$, $-\frac{7}{8}$, $\frac{3}{9}$, 1.4, -5.6, -2.9;

g) $-4\frac{1}{5}$, $-\frac{25}{8}$, $-\frac{23}{10}$, $\frac{2}{3}$, 2.8, -1.6, -0.5;

h) $-\frac{4}{9}$, $\frac{5}{2}$, $-1\frac{1}{3}$, $-\frac{15}{4}$, 1.5, -2.2, 3.3.

12. Kojim su brojevima pridružene točke A, B, C, D, F i G sa slika?



13. Usporedi zadane brojeve

a) -18 i -10; b) $\frac{1}{18}$ i 0;
 c) 0 i -0.00.4; d) 0.0011 i $-12\frac{1}{2}$.

14. Usporedi racionalne brojeve:

a) $\frac{1}{6}$ i $-\frac{3}{2}$; b) $\frac{19}{8}$ i $\frac{7}{3}$;
 c) -1.54 i -1.8; d) -0.05 i $-\frac{4}{15}$.

15. Usporedi racionalne brojeve:

a) $-\frac{7}{8}$ i -3; b) $-2\frac{3}{4}$ i $-2\frac{2}{3}$;
 c) 7.2 i -7.53; d) -4.5 i $-\frac{14}{3}$.

16 Usporedi zadane brojeve

a) -29 i -30; b) $-\frac{1}{18}$ i -0.7;
 c) -20000 i 0.00.4; d) -0.05 i $-\frac{1}{2}$.

17. Usporedi racionalne brojeve:

a) $\frac{1}{6}$ i $-\frac{3}{12}$; b) $\frac{19}{8}$ i $\frac{17}{6}$;
 c) -10.5 i -10.32; d) -0.35 i $-\frac{5}{14}$.

18. Na teniskom turniru Luka je pobijedio u 7 od ukupno 15 mečeva, a Lucija u 8 od 17 mečeva. Tko je bio uspješniji?

19. Ana je pretrčala 2.5 km za 15 minuta, a Maja 4.5 km za 25 minuta. Tko je trčao brže?

20. Prva cijev napuni bazen za 4 sata, a druga za 6 sati.
 a) Koliki dio bazena napuni prva cijev za 1 sat?
 b) Koliki dio bazena napuni druga cijev za 1 sat?
 c) Napuni li veći dio bazena prva cijev za 3 sata ili druga za 5 sati?

21. Poredaj po veličini od najmanjeg prema najvećem:

a) $\frac{3}{12}$, $-\frac{7}{10}$ i $\frac{5}{8}$; b) $\frac{5}{6}$, $-\frac{2}{9}$, $\frac{14}{12}$, $-\frac{7}{3}$.

22. Poredaj po veličini od najvećeg prema najmanjem:

a) $-\frac{5}{4}$, 1.8, -1.31, $\frac{4}{3}$ i 1.25;
 b) -5.11, 4.3, -5.5, $-5\frac{3}{4}$ i $\frac{25}{6}$.

23. Poredaj po veličini od najmanjeg prema najvećem:

a) $\frac{3}{20}$, $-\frac{2}{15}$ i $\frac{1}{5}$; b) $-\frac{7}{6}$, -1, $-\frac{5}{9}$, -3.

24. Poredaj po veličini od najvećeg prema najmanjem:

a) $-\frac{5}{6}$, 0.8, -0.6, $\frac{4}{7}$ i 0.4;
 b) -2, 3.3, -1.5, $-1\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{6}$.

25. Napiši tri racionalna broja za koje vrijedi:

a) $12 < x < 13$; b) $-10 < x < -9$;
 c) $12.5 < x < 12.6$; d) $-9.9 < x < -9.8$;
 e) $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$; f) $\frac{5}{6} < x < \frac{7}{8}$;
 g) $-\frac{4}{9} < x < -\frac{5}{12}$.

4.4. Zbrajanje i oduzimanje racionalnih brojeva

Štednja i dugovanje

- a) Maja je imala 10 kn i dobila je još 5 kn. Koliko sad ima?
 b) Maja je imala 10 kn i dala je Luki 5 kn. Koliko ima sad?
 c) Maja je dužna Luki 10 kn. Koliko će mu još biti dužna, ako mu da 5 kn?
 d) Maja je dužna Luki 10 kn i posudila je od Luke još 5 kn. Koliko mu je sad dužna?

Znamo da se oduzimanje cijelih brojeva svodi na zbrajanje. Oduzeti dva cijela broja $a - b$ znači broj a zbrojiti suprotnim brojem od b : $a - b = a + (-b)$. Isto vrijedi i za racionalne brojeve. Stoga zbrajanje i oduzimanje možemo obraditi u jednoj cjelini.

Prisjetimo se pravila za zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva!

Važno

Brojeve **jednakih predznaka** zbrajamo i oduzimamo tako da:

1. apsolutne vrijednosti **zbrojimo**,
2. rezultatu **prepišemo** zajednički **predznak**.

Brojeve **različitih predznaka** zbrajamo i oduzimamo tako da:

1. Od veće apsolutne vrijednosti **oduzmemo** manju.
2. Rezultatu **prepišemo predznak** broja **veće** apsolutne vrijednosti.

Pri zbrajanju i oduzimanju racionalnih brojeva vrijede ista pravila kao za cijele brojeve .

Primjer 1. Brojevi s jednakim predznacima.

Koliko je:

a) $-5 - 6$; b) $2.6 + 6.7$;

c) $-12.3 - 4.5$; d) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$;

e) $-\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$; f) $-\frac{7}{5} - 6.9$?

Rješenje:

a) $-5 - 6$. Oba broja imaju ispred sebe znak $-$.

Taj znak prepišemo, a brojeve zbrojimo.

$$-5 - 6 = -(5 + 6) = -11.$$

b) $2.6 + 6.7$. Oba broja imaju ispred sebe znak $+$. Dakle, i zbroj će imati predznak $+$, no njega obično ne pišemo. Brojeve zbrojimo.

$$2.6 + 6.7 = 9.3.$$

$$\begin{array}{r} 52.34 \\ +123.5 \\ \hline 175.84 \end{array}$$

PRI ZBRAJANJU I ODUZIMANJU DECIMALNE BROJEVE POTPISUJEMO TOČKU POD TOČKU.



c) $-12.3 - 4.5$. Oba broja imaju ispred sebe znak $-$. Taj znak prepíšemo, a brojeve zbrojimo.

$$\begin{aligned} -12.3 - 4.5 &= \\ -(12.3 + 4.5) &= -16.8. \end{aligned}$$

d) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$. Oba broja imaju ispred sebe znak $+$.

Dakle i zbroj će imati predznak $+$, no njega obično ne pišemo. Brojeve zbrojimo

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

PRI ZBRAJANJU I ODUZIMANJU RAZLOMKE SVODIMO NA ZAJEDNIČKI NAZIVNIK.



e) $-\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$. Oba broja imaju ispred sebe znak $-$. Taj znak prepíšemo, a brojeve zbrojimo

$$-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = -\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{5}{4}.$$

f) $-\frac{7}{5} - 6.9$. Oba broja imaju ispred sebe znak $-$. Taj znak prepíšemo, a brojeve zbrojimo.

Pri zbrajanju i oduzimanju razlomaka i decimalnih brojeva možemo oba broja zapisati u obliku razlomka ili oba broja zapisati u obliku decimalnog broja.

Ako razlomak ima beskonačan zapis u obliku decimalnog broja, treba računati u obliku razlomka.

$$-\frac{7}{5} - 6.9 = -\left(\frac{7}{5} + 6.9\right) = -(1.4 + 6.9) = -8.3 \text{ ili}$$

$$-\frac{7}{5} - 6.9 = -\left(\frac{7}{5} + \frac{69}{10}\right) = -\left(\frac{14}{10} + \frac{69}{10}\right) = -\frac{83}{10}.$$

Jednaki predznaci - prepiši predznak i brojeve zbroji.



Zadaci

1. Izračunaj:

- $2.5 + 3.67$;
- $-45.98 - 23.45$;
- $-12.3 - 5.99$;
- $8.79 + 8.67$;
- $-123.4 - 56.5$;
- $55.5 + 22.3$;
- $-111.1 - 2.2$;
- $-18.9 - 2.678$.

2. Izračunaj:

- $3.5 + \frac{1}{8}$;
- $-0.25 - \frac{7}{10}$;
- $-\frac{5}{4} - 0.2$;
- $\frac{2}{5} + 2.75$;
- $-\frac{2}{3} - 2.2$;
- $\frac{1}{6} + 4.25$;
- $-6.5 - \frac{2}{7}$;
- $0.8 + \frac{5}{11}$.

3. Ana je kupila 250 g šećera, $1\frac{3}{4}$ kg brašna, $\frac{1}{2}$ kg čokolade i 2.25 kg jabuka. Kolika je ukupna težina koju Ana nosi u košarici (zanemarimo težinu košarice)?

Zadaci

4. Popuni tablice.

1. broj	2. broj	Zbroj
5.2	3.45	
10.6	4.57	
16.00	5.69	
21.41	6.81	
26.81	7.93	
32.2	9.05	
37.63	10.17	

1. broj	2. broj	Zbroj
5.20	3.45	
-0.21	-6.67	
-5.62	-16.79	
-11.03	-26.91	
-16.4	-37.03	
-21.8	-47.15	
-27.2	-57.27	

5. Izračunaj i skрати, ako je moguće:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{6} + \frac{7}{12}$; c) $\frac{2}{15} + \frac{2}{3}$; d) $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$;

e) $-\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$; f) $-\frac{1}{4} - \frac{7}{5}$; g) $-\frac{2}{6} - \frac{2}{7}$; h) $-\frac{2}{5} - \frac{5}{9}$;

i) $-\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$; j) $-\frac{8}{15} - \frac{7}{12}$; k) $\frac{2}{9} + \frac{7}{6}$; l) $\frac{3}{10} + \frac{5}{4}$;

m) $\frac{7}{16} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$; n) $\frac{7}{15} + \frac{5}{12} + \frac{3}{4}$; o) $-\frac{5}{9} - \frac{13}{14} - \frac{1}{6}$ -

p) $-\frac{31}{7} - \frac{9}{10} - \frac{15}{4}$.

6. Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka. Popuni tablicu.

1. broj	2. broj	3. broj	Zbroj
-5.50	-12.45	-11	
19.04	24.90	38.08	
-32.58	-49.80	-65.16	
-46.12	-99.60	-92.24	
59.66	199.20	119.32	
73.20	398.40	146.4	
86.74	796.80	173.48	
-100.28	-1593.60	-200.56	
-113.82	-3187.20	-227.64	
-127.36	-6374.40	-254.72	



Primjer 2. Brojevi s različitim predznacima.

Koliko je:

a) $-5 + 6$; b) $2.6 - 6.7$; c) $-12.3 + 4.5$;

d) $-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$; e) $-\frac{7}{5} + 6.9$?

Rješenje:

a) $-5 + 6$. Ispred broja 5 je znak -, a ispred broja 6 znak +. Broj 6 je veći (dalje od nule) pa ćemo od 6 oduzeti 5 i prepisati predznak od broja 6, tj. +. Predznak + obično ne pišemo.

$$-5 + 6 = +(6 - 5) = 1.$$

b) $2.6 - 6.7$. Ispred broja 2.6 ne piše ništa, dakle njegov predznak je +, a ispred broja 6.7 je znak -. Gledamo brojeve bez predznaka. Broj 6.7 je

veći pa ćemo od 6.7 oduzeti 2.6. Prepisujemo predznak od broja 6.7 tj. -.

$$2.6 - 6.7 = -(6.7 - 2.6) = -4.1.$$

c) $-12.3 + 4.5$. Ispred 12.3 piše -, a ispred broja 4.5 je +. Gledamo li brojeve bez predznaka, broj 12.3 je veći, pa ćemo od 12.3 oduzeti 4.5. Prepisujemo predznak od broja 12.3 tj. -.

$$-12.3 + 4.5 = -(12.3 - 4.5) = -7.8$$

d) $-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$. Ispred $\frac{3}{4}$ je znak -, a ispred $\frac{1}{2}$ je +.

Gledamo li brojeve bez predznaka, $\frac{3}{4}$ je veće, pa ćemo od $\frac{3}{4}$ oduzeti $\frac{1}{2}$. Prepisujemo predznak od većeg, a to je $\frac{3}{4}$ tj. -.

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{4}.$$

Različiti predznaci - od većeg oduzmi manji i prepisi predznak od većega.



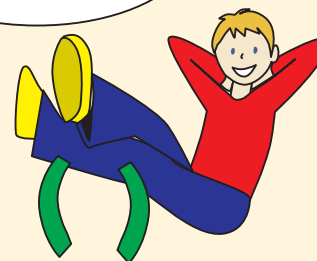
e) $-\frac{7}{5} + 6.9$. Ispred $\frac{7}{5}$ piše -, a ispred 6.9 +.

Gledamo brojeve bez predznaka. Broj 6.9 je veći, pa ćemo od 6.9 oduzeti $\frac{7}{5}$. Prepisujemo

predznak od 6.9, tj. +. Predznak + obično ne pišemo.

$$-\frac{7}{5} + 6.9 = +\left(6.9 - \frac{7}{5}\right) = +(6.9 - 1.4) = 5.5$$

KAD TI
POSTUPAK POSTANE LAGAN,
SLOBODNO PRESKOČI
KORAK SA ZAGRADOM.



Zadaci

7. Izračunaj:

- a) $2.5 - 3.67$; b) $-45.98 + 23.45$;
c) $12.3 - 5.99$; d) $-8.79 + 8.67$;
e) $-123.4 + 56.5$; f) $55.5 - 22.3$;
g) $111.1 - 2.2$; h) $-18.9 + 2.678$.

$$+(-\ominus) = -\ominus$$

$$-(+\ominus) = -\ominus$$

$$-(-\ominus) = +\ominus$$

$$+(+\ominus) = +\ominus$$

8. Izračunaj:

- a) $3.5 - \frac{1}{8}$; b) $-0.25 + \frac{7}{10}$; c) $\frac{5}{4} - 0.2$;
d) $\frac{2}{5} - 2.75$; e) $\frac{2}{3} - 2.2$; f) $-\frac{1}{6} + 4.25$;
g) $-6.5 + \frac{2}{7}$; h) $0.8 - \frac{5}{11}$.

9. Popuni tablice.

1. broj	2. broj	Zbroj
-5.2	3.45	
10.6	-4.57	
-16.00	5.69	
-21.41	6.81	
26.81	-7.93	
-32.22	9.05	
37.63	-10.17	

1. broj	2. broj	Zbroj
-5.20	3.45	
0.21	-6.67	
-5.62	-16.79	
-11.03	26.91	
-16.4	37.03	
21.8	-47.15	
27.2	-57.27	

10. Izračunaj i skрати, ako je moguće:

- a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; b) $-\frac{1}{6} + \frac{7}{12}$; c) $\frac{2}{15} - \frac{2}{3}$; d) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$;
e) $-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$; f) $\frac{1}{4} - \frac{7}{5}$; g) $\frac{2}{6} - \frac{2}{7}$; h) $-\frac{2}{5} + \frac{5}{9}$;
i) $-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$; j) $\frac{8}{15} - \frac{7}{12}$; k) $\frac{2}{9} - \frac{7}{6}$; l) $-\frac{3}{10} + \frac{5}{4}$.

11. Bez računanja reci hoće li rezultat biti pozitivan ili negativan broj:

- a) $-2.5 + 3.67$; b) $-45.98 - 23.45$;
c) $-12.3 - 5.99$; d) $8.79 - 8.67$;
e) $-7.5 - 9.47$; f) $56.98 - 23.45$;
g) $-17.3 + 9.99$; h) $4.76 + 3.33$.

Oslobodimo se dvostrukih znakova:

$$\begin{aligned} \text{a) } & -9 + (-3) + (+6) + (-3) = \\ & = -9 - 3 + 6 - 3 = \\ & = -15 + 6 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & -7 - (-6) - (-4) - (+2) = \\ & = -7 + 6 + 4 - 2 = \\ & = -9 + 10 \\ & = 1 \end{aligned}$$

Primjer 3. Zbrajanje i oduzimanje više brojeva

Pojednostavni izraz i riješi:

$$-3.5 - 5 + 7.6 + 3.5 - 8.6 + (-9) + (-4.5) + 7 - (-11.11) =$$

Rješenje:

Pojednostavnimo izraz, tj. svedimo ga na kraći zapis bez dvostrukih predznaka.

$$= -3.5 - 5 + 7.6 + 3.5 - 8.6 - 9 - 4.5 + 7 + 11.11 =$$

Poništimo suprotne brojeve.

$$= -\cancel{3.5} - 5 + 7.6 + \cancel{3.5} - 8.6 - 9 - 4.5 + 7 + 11.11 =$$

Radi bržeg računanja posebno zbrojimo pozitivne članove, a posebno negativne te ih na kraju oduzmemo.

$$= -5 + 7.6 - 8.6 - 9 - 4.5 + 7 + 11.11 = \\ = (7.6 + 7 + 11.11) - (5 + 8.6 + 9 + 4.5) = \\ = 25.71 - 27.1 = -1.39.$$

Zbroji posebno pozitivne, a posebno negativne brojeve.



Zadaci

12. Izračunaj:

a) $-5 - 8 - 12 - 10 =$

b) $-11 + 12 - 13 + 15 - 21 - 12 =$

13. Pojednostavni (tj. oslobodi se dvostrukih predznaka), pa riješi:

a) $-7 - (-5) - 4 - (-2) =$

b) $4 - 7 + (-3) - (-16) =$

c) $-1.6 - 3.3 + (-4.7) - 7.8 + 6.9 - (-6) - 12.5 - (-4.1) + 4.4 =$

d) $-9.8 + 12.1 - (-40.4) + (-7.2) + (-12.1) + 3.2 - 8 + 20.1 =$

14. Pojednostavni zapis pa izračunaj:

a) $-6.6 + (-2.3) + (+4.4) - (-1.5) - (+3.2);$

b) $- (+2.5) + (-6.6) - (-3.2);$

c) $100 - (-25) - 35 + (-25) - (+35);$

d) $- (+8.4) + 45 - (+45) + 0 + (-12.5).$

15. Izračunaj:

a) $14.6 - 7.4 + 5.5 - 14.6 - 3 + 7.4;$

b) $-4.5 - 20.6 - 10 + 4.5 + 5.3 + 20.6 - 1.5;$

c) $8.5 - 12.4 - 8.5 + 1.3 + 6.9 - 11.4 + 12.4;$

d) $7.5 - 9 - 7.5 + 9 - 11.2 + 11.2;$

e) $7.7 - 9.2 + 9.2 + 51;$

f) $4.4 - 2 - 4.4 + 8.5 + 2 - 15.1;$

g) $-2 - 4.4 - 3 + 4.4;$

h) $5 - 4.3 - 5 + 2.3 - 2.3;$

i) $-6 - 4 + 6 + 4;$

j) $-2.5 + 7.3 - 18 + 34.3 - 7.3 + 2.5.$

16. Izračunaj:

a) $-9.5 - 19.4 - 4.4 - 28 + 6.1 + 9.5 + 28;$

b) $4 - 7 + 4 + 7 - 19 - 30 - 19;$

c) $2.6 - 5 + 2.6 - 7.3;$

d) $7.4 - 9.3 + 6.5 - 6.5 + 2.3;$

e) $-1 - 2 - 3 - 4 - 5;$

f) $35.7 - 19.3 - 19.3 + 72 + 35.7 - 72.$

17. Ronilac je bio na dubini od 10.6 metara. Zatim se spustio 5.2 metara dublje i iza toga još 8.6 metara dublje. Na kojoj je sad dubini?

18. Izračunaj:

a) $\frac{7}{16} - \frac{3}{4} - \frac{2}{5};$ b) $-\frac{7}{15} + \frac{5}{12} + \frac{3}{4};$

c) $-\frac{5}{9} - \frac{13}{14} + \frac{1}{6};$ d) $-\frac{31}{7} + \frac{9}{10} - \frac{15}{4};$

e) $\frac{11}{15} - \frac{7}{4} - \frac{2}{5};$ f) $-\frac{11}{15} + \frac{11}{12} - \frac{11}{4};$

g) $-\frac{15}{9} - \frac{13}{3} + \frac{7}{6};$ h) $-\frac{3}{5} + \frac{11}{10} - \frac{12}{4}.$

19. Izračunaj:

a) $16.92 - 0.75 - \frac{12}{5}$; b) $-\frac{7}{5} + \frac{5}{2} + 3.9$;

c) $-\frac{5}{4} - 24.5 + 11.8$; d) $-\frac{31}{25} + \frac{9}{10} - \frac{15}{4} - 6.8$;

e) $2.5 - 0.75 - \frac{12}{7}$; f) $-\frac{7}{3} + \frac{5}{6} + 3.9$;

g) $-\frac{5}{6} - 4.5 + 1.8$; h) $-\frac{31}{7} + 3.3 - \frac{15}{14} - 6.8$.

20. Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka. Popuni tablicu.

1. broj	2. broj	3. broj	4. broj	Zbroj
-30.25	2.45	60.5	-7.55	
-16.71	-4.90	33.42	-14.90	
-3.17	9.80	6.34	-0.20	
10.37	-19.60	-20.74	-29.60	
23.91	39.20	-47.82	29.20	
37.45	-78.40	-74.9	-88.40	
50.99	156.80	-101.98	146.80	
64.53	-313.60	-129.06	-323.60	
78.07	627.20	-156.14	617.20	
91.61	-1254.40	-183.22	-1264.40	

21. Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadataka. Izračunaj:



a) $24.6 - (-17.4) + (+5.05) - 14.6 - 3 + 7.44 =$

b) $-407.5 - 204.6 - (-10) + 4.25 + 15.3 + 120.6 - 1.5325 =$

c) $-8.5 - 102.4 - 844.5 + 1.23 + (-6.9) - 121.4 + 12.445 =$

d) $-\frac{31}{5} + 3.3 - \frac{15}{4} - 6.8$; e) $12.5 - 0.75 - \frac{12}{10}$;

f) $-\frac{7}{20} + \frac{5}{4} + (-3.9)$; g) $-\frac{5}{16} - (-40.52) + 11.8$;

h) $\frac{17}{16} - \left(-\frac{13}{4}\right) - \frac{27}{50}$; i) $-\frac{71}{15} + \frac{45}{12} + \frac{13}{4}$;

j) $-\frac{15}{19} - \frac{3}{14} + \left(-\frac{21}{37}\right)$; k) $-\frac{31}{17} + \frac{29}{10} - \left(-\frac{15}{43}\right)$.

Primjer 4. Vođenje bankovnog računa

Ako netko ima 400.25 kuna, onda to zapisujemo pozitivnim brojem +400.25 kn i često kažemo da je u plusu 400.25 kn. Ako je pak dužan 400.25 kn, onda to zapisujemo negativnim brojem -400.25 kn i često kažemo da je u minusu 400.25 kn. Pri vođenju bankovnog računa uobičajeno je svaku uplatu bilježiti bez predznaka, a svaku isplatu s predznakom -. Pogledajmo zajedno izvod s računa Lukinog tate.

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			45.23
izvod	01.06.	-2.50	42.73
plaća	13.06.	3956.24	3998.97
ček	24.06	-1238.42	2760.55
račun	25.06.	-3546.23	-785.68
izvod	01.07.	-2.50	
plaća	13.07.	2459.24	
ček	24.07.	-1200.42	
račun	25.07.	-56.23	

Stanje na računu se izračunava tako da broj iz stupca uplata/isplata zbrajamo s prijašnjim stanjem računa.

Popuni stupac "stanje" i izračunaj koliko kuna na računu ima Lukin tata 25. 07.

Rješenje:

Računamo stanja redom:

1. 01.07. $-785.68 - 2.50 = -788.18$ kn;

2. 13.07. $-788.18 + 2459.24 = 1671.06$ kn;

3. 24.07. $1671.06 - 1200.42 = 470.64$ kn;

4. 25.07. $470.64 - 56.23 = 414.41$ kn.

Dakle, stanje na računu Lukinog tate 25.07. je 414.41 kn.

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			45.23
izvod	01.06.	-2.50	42.73
plaća	13.06.	3956.24	3998.97
ček	24.06	-1238.42	2760.55
račun	25.06.	-3546.23	-785.68
izvod	01.07.	-2.50	-788.18
plaća	13.07.	2459.24	1671.06
ček	24.07.	-1200.42	470.64
račun	25.07.	-56.23	414.41

Zadaci



22. Izračunaj stanje računa za posljednji datum u tablici.

a)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			2045.23
izvod	01.06.	-3.50	2041.73
plaća	13.06.	3006.24	5047.97
ček	24.06.	-1240.42	3807.55
račun	25.06.	-546.23	3261.32
izvod	01.07.	-3.50	
plaća	13.07.	2459.24	
ček	24.07.	-1200.42	
račun	25.07.	-56.23	

b)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			45.23
izvod	12.06.	-3.50	
plaća	13.06.	3026.24	
ček	24.06.	-1240.42	
račun	30.06.	-546.23	
izvod	01.08.	-3.50	
plaća	23.08.	3459.24	
ček	24.08.	-1522.42	
račun	30.08.	-556.23	

c)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			4523.99
izvod	12.06.	-3.50	
plaća	13.06.	1026.24	
ček	24.06.	-2240.42	
račun	30.06.	-546.23	
izvod	01.08.	-3.50	
plaća	23.08.	5459.24	
ček	24.08.	-1522.42	
račun	30.08.	-2533.23	

d)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			523.49
izvod	12.06.	-13.50	
plaća	13.06.	10026.99	
ček	24.06.	-4240.42	
račun	30.06.	-1546.88	
izvod	01.08.	-23.50	
plaća	23.08.	1459.24	
ček	24.08.	-522.42	
račun	30.08.	-8533.23	

23. Lukin mlađi brat je još beba i puno spava. Prijepodne je spavao 1.5 sat, poslijepodne 2.5 sati, a zatim je prespavao cijelu noć, tj. 11.75 sati. Koliko je ukupno spavao Lukin brat? Koliko je sati i minuta spavao? Je li Lukin brat veći dio dana spavao ili bio budan?
24. Brat ima 12.75 godina, a sestra je za 2.5 godina starija od brata. Koliko godina ima sestra?
25. Rudari su iskopali u ponedjeljak 95.5 t, u utorak $87\frac{3}{5}$ t, u srijedu 92.35 t, u četvrtak 89.44 t, u petak $85\frac{1}{2}$ t, a u subotu 86.75 t ugljena. Koliko je ugljena iskopano toga tjedna?
26. Putnik je prevalio prvi dan 12.6 km, a drugi dan za 2.75 km više nego prvi dan. Koliko je kilometara prevalio u ta dva dana? Najprije procijeni, a zatim točno izračunaj.
27. Majstor je presjekao žicu na četiri dijela. Prvi dio je dug $2\frac{1}{5}$ m, drugi 5.25 m, treći $\frac{5}{6}$ m, a četvrti 1.25 m. Koliko je bila duga žica prije rezanja?
28. Majina mama pripravlja sok od bazge. Stavila je u posudu 0.3 l sirupa. Koliko mora doliti vode da bi napravila $2\frac{1}{3}$ l soka?
29. U receptu piše da u kolač treba staviti 3.25 šalica brašna. Ana je stavila 0.375 šalica brašna. Koliko još brašna mora dodati u kolač?
30. U kremu za kolač treba ukuhati pola litre mlijeka. Ana je u jednoj čaši odmjerila 0.25 litara mlijeka. Koliko još mlijeka treba dodati?



Zadaci

31. Nosivost kamiona je 16 t. U prvom mjestu je utovario 3.75 t, u drugom 9.5 t, a u trećem 1.5 t. Koliko se još tereta može utovariti na kamion, a da se ne prijeđe njegova nosivost?



32. Majina obitelj je kupila zemljište površine 100 m². Na tom zemljištu žele imati kuću površine 64.5 m², bazen površine 9.25 m² te vrt s travnjakom površine 20.75 m². Je li zemljište dovoljno veliko za sve njihove želje? Ako je površina veća predloži što bi mogli smjestiti na preostali dio.



33. Od zemljišta površine 1004.56 m² prodana su tri gradilišta površine 201.25 m², 176.5 m² i 324.5 m². Dio zemljišta od 161.7 m² određen je za izgradnju ulice. Koliki dio zemljišta je preostao za daljnju gradnju?

34. Maja je pripremila osvježavajući napitak za svoj rođendan. Pomiješala je 2.25 l soka od maline, $\frac{1}{2}$ l soka od limuna, 1.75 l soka od naranče i $\frac{7}{10}$ l soka od borovnice. Koliko litara napitka je pripremila Maja?



35.

- Od zbroja brojeva 2.5 i 3.7 oduzmi njihovu razliku.
- Od razlike brojeva 1.5 i 6.17 oduzmi njihovu razliku.
- Zbroju brojeva -25.12 i 4.6 dodaj njihovu razliku.
- Razlici brojeva -16.5 i -3.4 dodaj njihov zbroj.

Vježbalica

1. Izračunaj:

- $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$; b) $-\frac{8}{6} + \frac{5}{3}$;
- $-\frac{6}{20} - \frac{3}{10}$; d) $-\frac{25}{24} + \frac{10}{12}$;
- $\frac{11}{28} + \frac{31}{14}$; f) $-\frac{12}{26} - \frac{5}{13}$;
- $\frac{23}{55} - \frac{32}{110}$; h) $-\frac{10}{38} - \frac{5}{19}$.

2. Izračunaj:

- $3.2 + \frac{3}{8}$; b) $-0.5 - \frac{5}{10}$;
- $-\frac{1}{4} - 0.3$; d) $\frac{4}{5} + 0.75$;
- $-\frac{1}{3} - 0.2$; f) $4\frac{1}{9} + 4.5$;
- $-0.2 - \frac{2}{7}$; h) $1.8 + 2\frac{5}{11}$.

3. Izračunaj:

- $1\frac{5}{27} - \frac{3}{9}$; b) $-1 + \frac{3}{5}$;
- $-\frac{32}{5} - \frac{13}{10}$; d) $-3\frac{1}{8} + 2\frac{1}{2}$;
- $-4\frac{7}{10} - \frac{3}{8}$; f) $2\frac{25}{26} - 1\frac{3}{13}$.

4. Izračunaj:

- $-3\frac{5}{8} - 2\frac{3}{4}$; b) $\frac{15}{18} - \left(-\frac{3}{8}\right)$;
- $-1\frac{15}{12} - \left(-\frac{3}{2}\right)$; d) $-\frac{4}{3} - 1\frac{1}{9}$;
- $\frac{22}{13} + 1$; f) $-2 - \frac{3}{60}$.

5. Izračunaj:

a) $0.5 - \frac{1}{4}$; b) $-0.2 + \frac{7}{9}$;

c) $\frac{5}{3} - 0.3$; d) $\frac{7}{10} - 0.75$;

e) $\frac{2}{5} - 0.2$; f) $-\frac{7}{9} + 1.9$;

g) $-1.5 + \frac{8}{5}$; h) $1.8 - \frac{6}{4}$.

6. Izračunaj:

a) $-3 - \frac{7}{3} + \left(-\frac{3}{12}\right)$; b) $4\frac{5}{16} - (-1)$;

c) $-1\frac{10}{22} - \frac{1}{11} + 1$; d) $\frac{11}{7} - \frac{4}{28} - \frac{8}{14}$;

e) $\frac{5}{10} + \left(-\frac{3}{12}\right) - 1$; f) $2 - \left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{3}{6}\right)$.

7. Izračunaj:

a) $4 + \frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} - \frac{4}{10}$;

b) $-\frac{11}{6} - \frac{5}{12} - \frac{5}{4} + \frac{15}{3}$;

c) $-\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{8}{6} - 1\right)$;

d) $-\frac{15}{10} - \left(-\frac{3}{5} + \frac{4}{10}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{18}{4}$;

e) $\frac{15}{9} - \left(\frac{3}{5} + \frac{14}{15}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5}\right)$;

f) $\frac{80}{3} - \left[\frac{38}{8} + \left(\frac{7}{4} - \frac{4}{6}\right)\right]$.

8. Izračunaj:

a) $-\left[\frac{6}{75} + \frac{8}{15} - \left(\frac{1}{25} + \frac{2}{5}\right)\right]$;

b) $\left(\frac{6}{4} - \frac{8}{5}\right) - \left(-\frac{1}{5} + \frac{2}{4}\right)$;

c) $3 - \left[\frac{5}{4} - \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{4}\right)\right]$;

d) $2\frac{2}{5} - \left(\frac{11}{50} - 2\right)$;

e) $3 - \left(2\frac{3}{10} - \frac{55}{100}\right)$;

f) $\frac{3}{8} - \left[\frac{7}{60} - \left(\frac{1}{15} + \frac{7}{120}\right)\right]$.

9. Koji je od razlomaka veći i za koliko?

a) $-\frac{7}{6}$ i $-\frac{5}{8}$; b) $-\frac{9}{10}$ i $\frac{7}{12}$;

c) $-\frac{24}{36}$ i $-\frac{28}{32}$; d) $\frac{5}{48}$ i $\frac{7}{36}$.

10. Izračunaj:

a) $1.6 - 2.4 + 3.5 - 4.6 - 5 + 6.4$;

b) $-0.5 - (0.6 - 0.10 + 0.5) + (0.3 + 0.6 - 0.5)$;

c) $3.5 - (2.4 - 5.5 + 4.3 + 1.9 - (1.4 + 2.4))$;

d) $2.5 - 0.9 - (1.5 + 0.9 - 1.2) + 1.2 =$

11. Izračunaj:

a) $6.9 - 5.75 - \frac{26}{4}$; b) $-\frac{1}{5} + \frac{3}{4} + 0.9$;

c) $-\frac{5}{4} - (2.5 + 1.8)$; d) $-\left[\frac{3}{25} + \frac{9}{20} - \left(\frac{5}{4} - 1.8\right)\right]$;

e) $3.8 - \left(6.75 - \frac{12}{3}\right)$; f) $-\left(\frac{5}{3} + \frac{11}{6}\right) + 3$;

g) $-\frac{7}{6} - (-1.2 + 1.75)$; h) $-\left[\frac{7}{12} + 0.3 - \left(\frac{8}{15} - 0.8\right)\right]$.

4.5. Množenje racionalnih brojeva

Množenje cijelih brojeva

Koliko je

a) $-5 \cdot (-6) =$

b) $-5 \cdot 6 =$

c) $5 \cdot 6 =$

d) $5 \cdot (-6) =$

Prisjetimo se pravila za množenje cijelih brojeva:

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

Važno

Umnožak dvaju brojeva jednakih predznaka je pozitivan broj.

Umnožak dvaju brojeva različitih predznaka je negativan broj.

Pri množenju racionalnih brojeva vrijede ista pravila.

Primjer 1. Množenje dvaju faktora

Koliko je:

a) $-2 \cdot (-7);$

b) $2.6 \cdot 6.7;$

c) $-2.5 \cdot (-3.22);$

d) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2};$

e) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{5}\right);$

f) $-\frac{7}{5} \cdot (-6.9)?$

Rješenje:

Jednaki predznaci - pozitivan umnožak.

Različiti predznaci - negativan umnožak.

a) $-2 \cdot (-7) = 14$. Faktori imaju jednake predznake, pa je umnožak pozitivan.

b) $2.6 \cdot 6.7 = 17.42$. Faktori imaju jednake predznake, pa je umnožak pozitivan.

c) $2.5 \cdot (-3.22) = -8.050$. Faktori imaju različite predznake, pa je umnožak negativan.

DECIMALNE BROJEVE MNOŽIMO KAO PRIRODNE, A NA KRAJU ODBROJIMO DECIMALNA MJESTA ZDESNA ULJEVO.

1 decimala 2 decimale

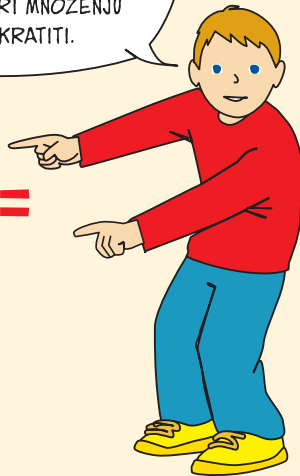
$$\begin{array}{r} 2.5 \cdot 3.22 \\ \hline 75 \\ 50 \\ + 50 \\ \hline 8.050 \end{array}$$

UMNOŽAK MORA IMATI $1+2=3$ DECIMALE

d) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = -\frac{3}{8}$. Faktori imaju različite predznake, pa je umnožak negativan.

RAZLOMKE MNOŽIMO
TAKO DA POMNOŽIMO BROJNIK
S BROJNIKOM, A NAZIVNIK S
NAZIVNIKOM. PRI MNOŽENJU
SMIJEMO KRATITI.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8} =$$



e) Faktori imaju jednake predznake, pa je umnožak pozitivan. Prije množenja smo razlomke skratili.

$$-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{5}\right) = \frac{3 \cdot \cancel{8}^2}{\cancel{4}^1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

f) $\frac{7}{5} \cdot (-6.9) = \frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{69}{10}\right) = -\frac{483}{50}$ ili

$\frac{7}{5} \cdot (-6.9) = 1.4 \cdot (-6.9) = -9.66$. Faktori imaju različite predznake, pa je umnožak negativan.

Pri množenju razlomaka i decimalnih brojeva možemo oba broja zapisati u obliku razlomka ili u obliku decimalnog broja.

Ako razlomak ima beskonačan zapis u obliku decimalnog broja onda treba računati u obliku razlomka.

Zadaci

1. Izračunaj umnožak.

a) $-6 \cdot 9 =$ b) $-8 \cdot (-7) =$ c) $-7 \cdot 7 =$
 d) $-5 \cdot 7 =$ e) $9 \cdot (-9) =$ f) $-9 \cdot (-6) =$
 g) $-8 \cdot (-9) =$ h) $9 \cdot 7 =$ i) $16 \cdot (-3) =$
 j) $-25 \cdot (-4) =$

2. Popuni tablice:

1. faktor	2. faktor	Umnožak
5.2	3.45	
-10.6	-4.57	
16.00	5.69	
-21.41	-6.81	
26.81	7.93	
-32.22	-9.05	
-37.63	-10.17	

1. faktor	2. faktor	Umnožak
-5.20	3.45	
0.21	-6.67	
5.62	-16.79	
-11.03	26.91	
-16.4	37.03	
21.8	-47.15	
27.2	-57.27	

3. Izračunaj umnožak:

a) $-\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{5} \cdot \frac{6}{15}$; c)

c) $-\frac{17}{11} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)$; d) $-\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$;

e) $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{(-10)}$; f) $\frac{(-7)}{14} \cdot \frac{1}{15}$; g) $\frac{(-17)}{11} \cdot \frac{(-22)}{3}$;

h) $\frac{5}{(-9)} \cdot \frac{10}{(-2)}$; i) $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{10}$; j) $\left(-\frac{7}{14}\right) \cdot \left(-\frac{28}{21}\right)$;

k) $\left(-\frac{17}{33}\right) \cdot \frac{22}{34}$; l) $\frac{5}{90} \cdot \left(-\frac{10}{20}\right)$.

+. + = +
 -. - = +
 +. - = -
 -. + = -

4. Izračunaj umnožak.

a) $-2.5 \cdot \frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{5} \cdot 3.4$; c) $-5.5 \cdot \left(\frac{-2}{8}\right)$;

d) $-1.12 \cdot \left(-\frac{10}{20}\right)$; e) $\frac{5}{3} \cdot (-5.4)$; f) $\frac{(-7)}{14} \cdot 9.7$;

g) $-4.6 \cdot \frac{(-22)}{3}$; h) $\frac{5}{9} \cdot 1.8$.

Primjer 2. Množenje više faktora

Koliko je:

a) $-2 \cdot (-7) \cdot (-3)$; b) $2.6 \cdot 6.7 \cdot (-1)$;

c) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$?

Rješenje:

Prisjetimo se pravila koje smo naučili množeći cijele brojeve.

Važno

Kada množiš više brojeva najprije prebroji koliko ima negativnih faktora.

o Ako negativnih faktora ima paran broj, umnožak će biti pozitivan broj.

o Ako negativnih faktora ima neparan broj, umnožak će biti negativan broj.

Racionalne brojeve množimo po istom pravilu.

a) $-2 \cdot (-7) \cdot (-3)$. Imamo tri negativna faktora, pa će umnožak biti negativan.

$$-2 \cdot (-7) \cdot (-3) = -42.$$

b) $2.6 \cdot 6.7 \cdot (-1)$. Imamo jedan negativan faktor, pa će umnožak biti negativan.

$$2.6 \cdot 6.7 \cdot (-1) = -17.42$$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

Imamo četiri negativna faktora, pa će umnožak biti pozitivan.

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{\overset{1}{3} \cdot \overset{1}{1} \cdot \overset{1}{4} \cdot \overset{1}{2}}{\underset{1}{4} \cdot \underset{1}{2} \cdot \underset{1}{5} \cdot \underset{1}{3}} = \frac{1}{5}$$

Zadaci

5. Izračunaj umnožak.

a) $-6 \cdot 9 \cdot 5$;

b) $-8 \cdot (-7) \cdot 6$;

c) $-7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (-2)$;

d) $-5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3$;

e) $9 \cdot (-9) \cdot (-5) \cdot (-3)$;

f) $-9 \cdot (-6) \cdot (-5) \cdot 0$;

g) $-8 \cdot (-9) \cdot 4 \cdot 3$;

h) $9 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 8$;

i) $16 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-4)$;

j) $-25 \cdot (-4) \cdot (-1) \cdot (-1)$.



6. Najprije odredi predznak umnoška, a zatim izračunaj umnožak upotrebom džepnog računala.

1. faktor	2. faktor	3. faktor	Umnožak
-5.20	3.45	-1	
0.21	-6.67	2	
5.62	-16.79	-3	
-11.03	26.91	4	
-16.4	-37.03	-5	
-21.8	-47.15	-6	
27.2	-57.27	-7	

7. Izračunaj umnožak.

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{(-5)}{8} \cdot \frac{16}{(-25)}$; b) $\frac{(-4)}{7} \cdot \frac{3}{(-5)} \cdot \frac{(-21)}{16} \cdot \frac{25}{(-36)}$;

c) $\left(-\frac{3}{-8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{-9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{-6}\right)$; d) $\frac{9}{7} \cdot \frac{(-14)}{15} \cdot \frac{5}{(-2)} \cdot \frac{(-3)}{4}$;

$$e) 1 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{4}; \quad f) \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{6}{(-5)} \cdot \frac{(-5)}{6}; \quad -$$

$$g) \frac{(-3)}{8} \cdot 0 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{76}{(-91)};$$

$$h) \left(-\frac{57}{16}\right) \cdot \frac{89}{19} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{123}{111} \cdot 0$$



8. Izračunaj umnožak upotrebom džepnog računala. Pripazi na beskonačne decimalne brojeve, u tom slučaju rezultat je potrebno zapisati u obliku razlomka!

$$a) \frac{2}{5} \cdot (-3.5) \cdot \frac{5}{4}; \quad b) \left(-\frac{9}{4}\right) \cdot \frac{(-11)}{5} \cdot 1.4;$$

$$c) -\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-2.2); \quad d) -\frac{3}{4} \cdot 3.4 \cdot \frac{4}{5};$$

$$e) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{4} \cdot (-3.5); \quad f) -\frac{3}{7} \cdot \frac{12}{5} \cdot (-1) \cdot \frac{5}{6};$$

$$g) \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot 1.25; \quad h) -\frac{5}{6} \cdot \frac{(-8)}{9} \cdot 0.75 \cdot \frac{3}{5};$$

$$i) \frac{2}{49} \cdot \frac{(-14)}{15} \cdot \frac{(-7)}{(-9)} \cdot \frac{5}{4}; \quad j) \frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{7}{5};$$

$$k) \left(-\frac{36}{64}\right) \cdot \frac{7}{13} \cdot \left(-\frac{8}{-15}\right) \cdot \frac{(-75)}{49}; \quad -$$

$$l) \frac{(-16)}{21} \cdot \frac{5}{(-8)} \cdot \frac{35}{24} \cdot \frac{(-27)}{15}.$$

9. Trojica braće dijele nasljedstvo. Dogovorili su se da će jedan od njih dobiti polovinu nasljedstva, drugi trećinu, a treći šestinu nasljedstva. Jesu li na taj način podijelili čitavo nasljedstvo? Ako nasljedstvo iznosi 120 000 kuna, koliko će dobiti svaki?
10. U srednjem vijeku kmetovi su morali morali su feudalcima davati desetinu svojih prihoda. Stanovnici Šestina (danas dio Zagreba) morali su davati šestinu. Zato se selo i zvalo Šestine.
- a) Jesu li davali više ili manje od drugih?
- b) Ako je seljak iz Šestina ubrao 30 košara jabuka, koliko je košara morao dati vlastelinu?

- c) Koliko je jabuka morao dati seljak iz Gračana, koji su davali desetinu?



11. Anina mama je kupila $3\frac{1}{2}$ m žutog i $5\frac{1}{4}$ m crvenog platna. Cijena 1 m žutog platna je 55.45 kn, a cijena 1 m crvenog platna je 85.40 kn. Koliko je Anina mama platila kupljeno platno?



12. Površina voćnjaka je 120.5 m^2 , a $\frac{3}{8}$ njegove površine zasađeno je šljivama. Kolika je površina zasađena šljivama?
13. Sportska dvorana je dugačka 15.6 m, a široka $7\frac{1}{2}$ m. Kolika je njena površina?
14. Ako trkač u jednom satu pretrči 15.75 km, koliko će pretrčati za:
- a) $\frac{2}{3}$ sata; b) 0.4 sata; c) $\frac{7}{15}$ sata?
15. Izviđači su krenuli na put dug 45.8 kilometara. Prvi dan su prešli $\frac{1}{4}$ cijelog puta, a drugi $\frac{4}{5}$ puta koji su prešli prvog dana. Treći dan su stigli na cilj. Koliko kilometara su prešli prvi, drugi i treći dan?
16. Tri petine učenika neke škole bavi se sportom. Od tih koji se bave sportom njih četiri sedmine igraju nogomet. Koliki dio učenika te škole igra nogomet? Ako u školi ima 875 učenika koliko njih se bavi sportom? Koliko učenika te škole igra nogomet?
17. Put između dva grada A i B dug je 3.62 km. Na tom putu, na $\frac{1}{4}$ udaljenosti od grada A nalazi se most. Koliko metara je most udaljen od grada B?



18. Obitelj Horvat zarađuje 4244.66 kn. Za troškove stanovanja potrebno je $\frac{2}{5}$ zarade, a za hranu $\frac{1}{4}$

zarade. Koliko kuna je potrebno za pojedine troškove? Koliki dio im preostaje za ostale troškove?

19. Koliki je opseg i površina kvadrata sa stranicom

Kvadrat

$$P = a \cdot a$$

$$o = 4 \cdot a$$

3.25 dm?

20. Koliki je opseg i površina pravokutnika sa stranicama $3\frac{1}{4}$ dm i 5.4 dm?

Pravokutnik

$$P = a \cdot b$$

$$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

21. Koliki je opseg jednakostraničnog trokuta sa stranicom 21.25 m?

22. Koliki su opseg i površina kvadrata sa stranicom

$2\frac{1}{4}$ m?

23. Koliki su opseg i površina pravokutnika sa stranicama 5.4 cm i 3.7 cm?

24. Koliki je opseg jednakostraničnog trokuta sa stranicom $7\frac{2}{3}$ cm?

25. Automobil vozi brzinom 65 km/h. Koliki put će prijeći ako vozi:

a) 2 h; b) 3.5 h; c) 10 h;

d) 6.3 h; e) $\frac{1}{2}$ h; f) $\frac{3}{2}$ h.

26. Razina vode u bazenu svaki sat smanji se za 0.25 m. Ako početnu količinu vode označimo s 0, kolika će biti razina vode za:

a) 1 h; b) 4 h; c) 5.5 h;

d) $\frac{3}{4}$ h; e) $2\frac{1}{4}$ h.

27. Maja ima na štednoj knjižici 500.50 kn. Svaki mjesec šteti po 36.50 kn. Koliko će iznositi njena ušteđevina nakon:

a) 2 mjeseca;

b) 6 mjeseci;

c) 10 mjeseci;

d) 1 godinu;

e) 2.5 godina.

4.6. Dijeljenje racionalnih brojeva

Dijeljenje cijelih brojeva

Koliko je

$$a) -50 : (-5) = \quad b) -50 : 5 =$$

$$c) 50 : 5 = \quad d) 50 : (-5) =$$

Prisjetimo se pravila za dijeljenje cijelih brojeva.

Važno

Količnik dvaju brojeva jednakih predznaka je pozitivan broj.

Količnik dvaju brojeva različitih predznaka je negativan broj.



Pri dijeljenju racionalnih brojeva vrijede ista ta pravila.

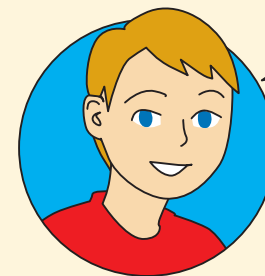
Primjer 1. Dijeljenje racionalnih brojeva

Koliko je:

$$a) -2 : (-7); \quad b) 21.44 : (-6.7);$$

$$c) -\frac{3}{4} : \left(-\frac{8}{5}\right); \quad d) -\frac{7}{5} : 2.5?$$

c) $-\frac{3}{4} : \left(-\frac{8}{5}\right)$. Djeljenik i djelitelj imaju jednake predznake, pa je količnik pozitivan.



RAZLOMKE
DIJELIMO TAKO DA
DIJELJENIK POMNOŽIMO
S RECIPROČNIM
DIJELITELJEM.

Rješenje:

Jednaki predznaci – pozitivan količnik.

Različiti predznaci – negativan količnik.

a) $-2 : (-7) = \frac{2}{7}$. Djeljenik i djelitelj imaju jednake predznake, pa je količnik pozitivan.

b) $21.44 : (-6.7) = -3.2$. Djeljenik i djelitelj imaju različite predznake, pa je količnik negativan.

Pomaknemo točku 1 mjesto udesno

$$21.44 : 6.7 = \overset{1}{214.4} : 67 = 3.2$$

$$-\frac{3}{4} : \left(-\frac{8}{5}\right) = -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} = \frac{15}{32}$$

d) $-\frac{7}{5} : 2.5$. Djeljenik i djelitelj imaju različite predznake, pa je količnik negativan.

$$-\frac{7}{5} : 2.5 = -\frac{7}{5} : \frac{25}{10} = -\frac{7}{5} \cdot \frac{10}{25} = -\frac{14}{25}$$

ili

$$-\frac{7}{5} : 2.5 = -1.4 : 2.5 = -0.56$$

Zadaci

1. Izračunaj količnik.

- a) $-36 : 9$; b) $-49 : (-7)$;
 c) $-7 : 7$; d) $-25 : 5$;
 e) $-9 : (-9)$; f) $-60 : (-6)$;
 g) $-48 : (-6)$; h) $99 : 11$;
 i) $16 : (-2)$; j) $-25 \cdot (-5)$.

2. Popuni tablice

a)

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
17.94	-3.45	
-48.442	-4.57	
-91.04	5.69	
-145.8021	-6.81	
212.6033	-7.93	
291.591	9.05	
-382.6971	10.17	

b)

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
-17.94	3.45	
-1.4007	-6.67	
-94.3598	-16.79	
-296.8173	26.91	
-607.2920	37.03	
-1027.87	-47.15	
-1557.744	-57.27	

$+: += +$
 $-: -= +$
 $+: -= -$
 $-: += -$

3. Izračunaj količnik:

- a) $-\frac{5}{3} : \frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{5} : \frac{6}{15}$; -
 c) $-\frac{17}{11} : \left(\frac{-2}{3}\right)$; d) $-\frac{5}{9} : \left(-\frac{10}{3}\right)$;
 e) $\frac{5}{3} : \frac{1}{(-10)}$; f) $\frac{(-7)}{14} : \frac{1}{15}$; -
 g) $\frac{(-17)}{11} : \frac{(-22)}{3}$; h) $\frac{5}{(-9)} : \frac{10}{(-2)}$; i) $\frac{5}{12} : \frac{4}{10}$; -

j) $\left(-\frac{7}{14}\right) : \left(-\frac{28}{21}\right)$; k) $\left(-\frac{17}{33}\right) : \frac{22}{34}$; l) $\frac{5}{90} : \left(-\frac{10}{20}\right)$.

4. Izračunaj količnik.

a) $-2.5 : \frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{5} : 3.4$; c) $-5.5 : \left(\frac{-2}{8}\right)$; -

d) $-1.12 : \left(-\frac{10}{20}\right)$; e) $\frac{5}{3} : (-5.4)$; f) $\frac{(-7)}{14} : 9.7$;

g) $-4.6 : \frac{(-22)}{3}$; h) $\frac{5}{9} : 1.8$

5. Kolika je stranica jednakostraničnog trokuta kojemu je opseg 53.1 m?
6. Kolika je stranica kvadrata kojemu je opseg 2.56 m?
7. 499.5 kg jabuka treba rasporediti u 9 sanduka. Koliko kilograma jabuka će biti u svakom sanduku?
8. Za prehranu životinja dnevno se potroši 35.4 kg sijena. Za koliko dana će biti dovoljne zalihe od 1486.8 kg?
9. Lukin tata je kupio 15.25 kg mandarina za 45.75 kn. Kolika je cijena 1 kg mandarina?
10. Anini roditelji kupuju stan površine 75.75 m² za 250 000 kn. Kolika je cijena jednog kvadratnog metra tog stana?
11. Vinogradar želi 9.8 l vina preliti u boce. U jednu bocu može uliti $\frac{7}{10}$ l. Koliko mu je boca potrebno?
12. Lucijina baka je napravila 10.5 l soka od malina. Koliko će boca od 0.7 l napuniti tim sokom?
13. Za jedno odijelo je potrebno 3.2 m² platna. Koliko odijela se može sašiti od 35.2 m² tog platna?
14. Koliko se vrećica može napuniti od 166.5 kg slatkiša, ako u svaku vrećicu stane $\frac{3}{10}$ kg?
15. S obje strane ceste duljine 1092 m nalazi se drvored. Razmak između stabala je 22.75 m. Koliko je stabala u tom drvoredu?



Primjer 2. Povoljna kupnja

Procijeni u kojem pakiranju je cijena jednog omota za knjige manja.



Rješenje:

Da bismo mogli usporediti cijene, moramo najprije izračunati cijenu za 1 komad. Cijenu pakiranja treba podijeliti s brojem komada omota za knjige.

Cijena jednog omota u prvom pakiranju je $16.84 : 8 = 2.11$ kn, cijena je zaokružena na dvije decimale. Cijena jednog omota u drugom pakiranju je $18.40 : 12 = 1.53$ kn, cijena je zaokružena na dvije decimale.

Usporedbom pojedinačnih cijena zaključujemo da je niža cijena pojedinačnog omota u drugom paketu. Dakle, povoljnija je kupnja drugog paketa.

Primjer 3. Prosjek ocjena

Prosječna
ili srednja
vrijednost

Matijine ocjene iz matematike su: 3, 4, 1, 2 i 3. Koliko je njegova prosječna ocjena iz matematike? Koju ocjenu bi mogao imati zaključenu iz matematike?

Rješenje:

Prosječnu ili srednju vrijednost izračunavamo tako da zbrojimo sve vrijednosti i podijelimo s brojem koliko ih ima.

Da bismo izračunali Matijinu prosječnu ocjenu iz matematike, zbrojit ćemo sve njegove ocjene iz matematike: $3 + 4 + 1 + 2 + 3 = 13$.

Matija ima 5 ocjena iz matematike. Da bismo dobili prosječnu ocjenu, moramo zbroj ocjena, tj. 13, podijeliti s njihovim brojem, tj. 5.

$$13 : 5 = 2.6.$$

Matijina prosječna ocjena iz matematike je 2.6. Zaokružimo li tu prosječnu ocjenu na cijelo, dobit ćemo ocjenu koju bi Matija mogao imati iz matematike: $2.6 \approx 3$.

Zadaci

16. Je li povoljnije kupiti pakiranje praška za rublje od 5 kg za 84.56 kn ili od 9.5 kg za 142.50 kn? Procijeni pa točno izračunaj.
17. Michael Schumacher u Imoli je krug dug 11434.5 metara prešao u 60 sekundi, a u Monzi je krug duljine 9526.275 metara prešao u 50 sekundi. Gdje je poznati vozač postigao veću brzinu, u Imoli ili u Monzi? Procijeni pa točno izračunaj.
18. Luka je tijekom ljeta radio da zaradi džeparac. Za 128 sati rada dobio je 3129.60 kn. Marko je također tijekom ljeta radio. On je za 98 sati rada



zaradio 2208.92 kn. Procijeni koji dječak je bio bolje plaćen po satu rada. Koliki je Lukin, a koliki Markov sat rada?



Zadaci

19. Izračunaj svoj prosjek ocjena iz matematike.
20. Izračunaj svoj prosjek ocjena iz svih predmeta zajedno.
21. U tablici su napisane Lukine, Majine i Matijine ocjene na polugodištu. Kakav opći uspjeh su imali na polugodištu?

Izračunaj prosječnu ocjenu, pa je zaokruži na cijelo da bi dobio opći uspjeh.

	Luka	Maja	Matija
Hrvatski	4	5	2
Likovni	5	5	3
Glazbeni	4	5	4
Engleski	5	5	3
Matematika	5	5	3
Priroda	3	5	2
Zemljopis	3	5	5
Povijest	4	5	4
Tehnički	5	5	3
Tjelesni	5	5	5
Informatika	5	5	5

22. Na tjelesnom je učiteljica izmjerila visinu prvih devet učenika: 1.45, 1.65, 1.70, 1.66, 1.80, 1.35, 1.55, 1.44, 1.29 m. Kolika je prosječna visina te grupe učenika? Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka.

23. U mjesecu travnju zabilježene su ove količine padalina: 1.23, 0.5, 0.12, 5.2, 4.22, 1.09, 0.56, 0.67, 0.9 l. Kolika je prosječna količina padalina za travanj? Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka.

24. U mjesecu srpnju zabilježene su ove temperature: 18 °C, 20 °C, 25 °C, 28.9 °C, 28.5 °C, 25.7 °C, 21.9 °C, 23 °C. Kolika je prosječna temperatura za srpanj?

25. 18. studenog su zabilježeni ovi vodostaji Dunava. Koliki je bio prosječni vodostaj Dunava tog dana? Svi podaci su u metrima.

Aljmaš	160
Dalj	342
Vukovar	150
Ilok	197

26. 18. studenog su zabilježeni ovi vodostaji Save. Koliki je bio prosječni vodostaj Save tog dana? Svi podaci su u metrima. Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka.

Jesenice	28.4
Zagreb	94.5
Crnac	392
Jasenovac	598.5
Mačkovac	677
Davor	659.9
Slavonski Brod	517
Županja	624

27. Za mjesec studeni su zabilježene ove srednje temperature za Hrvatsku. Kolika je bila prosječna temperatura u Hrvatskoj? Svi podaci su u °C. Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka

	TEMPERATURA ZRAKA
Dubrovnik	13.7
Osijek	5.6
Rijeka	9.9
Šibenik	11.6
Split	12.4
Marjan	12.4
Varaždin	5.1
Zagreb	5.5
Maksimir	5.5
Zavižan	0.4

28. Izračunaj pomoću džepnog računala. Pripazi na beskonačne decimalne brojeve, u tom slučaju rezultat je potrebno zapisati u obliku razlomka!

a) $-\frac{5}{2} : \frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{5} : \frac{6}{25}$; -

c) $-\frac{7}{11} : \left(-\frac{23}{3}\right)$; d) $-\frac{542}{9} : \left(-\frac{102}{3}\right)$;

e) $\frac{51}{3} : \frac{17}{(-10)}$; f) $\frac{(-49)}{14} : \frac{13}{15}$; -

g) $\frac{(-137)}{114} : \frac{(-225)}{37}$; h) $\frac{51}{(-91)} : \frac{104}{(-2)}$.

a) $-12.5 : \frac{1}{4}$; b) $\frac{27}{5} : 3.5$; c) $-5.51 : \left(\frac{-12}{8}\right)$;

d) $-1.102 : \left(-\frac{19}{20}\right)$; e) $\frac{52}{3} : (-2.3)$;

f) $\frac{(-72)}{14} : 3.7$; g) $-42.6 : \frac{(-25)}{3}$; h) $\frac{15}{9} : 3.8$.

Vježbalica

1. Izračunaj:

$$\text{a) } -\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4}; \text{ b) } \frac{75}{51} \cdot \frac{6}{15}; \quad -$$

$$\text{c) } -\frac{18}{22} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right); \text{ d) } -\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{12}{25}\right);$$

$$\text{e) } \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{(-10)}; \text{ f) } \frac{(-7)}{14} \cdot \frac{25}{15};$$

$$\text{g) } \frac{(-27)}{33} \cdot \frac{(-22)}{9}; \text{ h) } \frac{5}{(-9)} \cdot \frac{15}{(-2)};$$

$$\text{i) } \frac{50}{12} \cdot \frac{14}{10}; \text{ j) } \left(-\frac{15}{18}\right) \cdot \left(-\frac{28}{21}\right);$$

$$\text{k) } \left(-\frac{17}{33}\right) \cdot \frac{22}{51}; \text{ l) } \frac{5}{91} \cdot \left(-\frac{13}{35}\right).$$

2. Izračunaj:

$$\text{a) } -2.5 \cdot \frac{1}{10}; \text{ b) } \frac{7}{17} \cdot 3.4;$$

$$\text{c) } -5.5 \cdot \left(\frac{-2}{11}\right); \text{ d) } -1.12 \cdot \left(-\frac{10}{28}\right);$$

$$\text{e) } \frac{5}{9} \cdot (-5.4); \text{ f) } \frac{(-10)}{14} \cdot 9.8; \quad -$$

$$\text{g) } -4.6 \cdot \frac{(-22)}{23}; \text{ h) } \frac{15}{9} \cdot 1.8.$$

3. Izračunaj:

$$\text{a) } \frac{15}{48} \cdot \frac{(-75)}{8} \cdot \frac{16}{(-25)};$$

$$\text{b) } \frac{(-4)}{11} \cdot \frac{18}{(-5)} \cdot \frac{(-44)}{16} \cdot \frac{25}{(-36)};$$

$$\text{c) } \left(\frac{-3}{-28}\right) \cdot \left(\frac{-4}{-5}\right) \cdot \left(\frac{-5}{-6}\right);$$

$$\text{d) } \frac{9}{8} \cdot \frac{(-24)}{35} \cdot \frac{5}{(-3)} \cdot \frac{(-7)}{12}$$

$$\text{e) } 1 \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{9}; \text{ f) } \left(-\frac{3}{6}\right) \cdot \frac{6}{(-5)} \cdot \frac{(-5)}{7};$$

$$\text{g) } \frac{(-31)}{38} \cdot 0 \cdot \frac{47}{7} \cdot \frac{76}{(-91)};$$

$$\text{h) } \left(-\frac{57}{19}\right) \cdot \frac{119}{19} \cdot \left(-\frac{13}{5}\right) \cdot \frac{123}{111} \cdot 0;$$

$$\text{i) } \frac{12}{54} \cdot \frac{(-9)}{15} \cdot \frac{(-6)}{(-81)} \cdot \frac{5}{4};$$

$$\text{j) } \frac{9}{21} \cdot \left(-\frac{40}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{18}\right) \cdot \frac{49}{5};$$

$$\text{k) } \left(-\frac{48}{56}\right) \cdot \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{-8}{-15}\right) \cdot \frac{(-105)}{49}; \quad -$$

$$\text{l) } \frac{(-169)}{54} \cdot \frac{18}{(-13)} \cdot \frac{66}{24} \cdot \frac{(-27)}{99}.$$

4. Izračunaj:

$$\text{a) } -\frac{5}{3} : \frac{1}{6}; \text{ b) } \frac{7}{5} : \frac{5}{15}; \quad -$$

$$\text{c) } -\frac{7}{14} : \left(\frac{-2}{21}\right); \text{ d) } -\frac{5}{6} : \left(-\frac{10}{3}\right);$$

$$\text{e) } \frac{5}{30} : \frac{1}{(-10)}; \text{ f) } \frac{(-6)}{12} : \frac{1}{15}; \quad - \quad :$$

$$\text{g) } \frac{(-13)}{11} : \frac{(-26)}{3}; \text{ h) } \frac{5}{(-9)} : \frac{1}{(-2)}$$

$$\text{i) } \frac{5}{15} : \frac{4}{16}; \text{ j) } \left(-1\frac{7}{3}\right) : \left(-\frac{10}{21}\right);$$

$$\text{k) } \left(-\frac{10}{3}\right) : \frac{6}{20}; \text{ l) } \frac{5}{22} : \left(-\frac{1}{11}\right).$$

5. Izračunaj:

$$\text{a) } -2.5 : \frac{1}{8}; \text{ b) } \frac{17}{5} : 3.4;$$

$$\text{c) } -5.5 : \left(\frac{-22}{8}\right); \text{ d) } -1.15 : \left(-2\frac{3}{20}\right);$$

e) $\frac{6}{3} : (-5.4)$; f) $\frac{(-7)}{3} : 9.1$;

g) $-1.21 : \frac{(-22)}{3}$; h) $\frac{5}{9} : 1.5$.

6. Izračunaj:

a) $-2.5 : \frac{5}{3}$; b) $\frac{27}{5} : 4.5$; -

c) $-0.51 : \left(\frac{-17}{8}\right)$; d) $-1.12 : \left(\frac{-14}{20}\right)$;

e) $\frac{52}{3} : (-2.6)$; f) $\frac{(-72)}{14} : 3.6$;

g) $-2.9 : \frac{(-87)}{3}$; h) $21\frac{1}{9} : 3.8$.

7. Obitelj Horvat zarađuje 4240 kn. Za troškove stanovanja potrebno je $\frac{11}{3}$ zarade, a za hranu $\frac{5}{6}$ zarade. Koliko kuna je potrebno za pojedine troškove? Koliki dio im preostaje za ostale troškove?

8. Kolika je površina pravokutnika sa stranicama $3\frac{1}{4}$ dm i $2\frac{6}{13}$ dm?

9. Koliki je opseg jednakostraničnog trokuta sa stranicom 1.25 m?

10. Koliki su opseg i površina kvadrata sa stranicom $3\frac{3}{4}$ m?

11. Koliki su opseg i površina pravokutnika sa stranicama 1.2 cm i 2.6 cm?

12. Koliki je opseg jednakostraničnog trokuta sa stranicom $1\frac{1}{3}$ cm?

13. Ako trkač u jednom satu pretrči 10.5 km, koliko će pretrčati za:

a) $\frac{2}{3}$ sata; b) 0.6 sata;

c) $\frac{2}{15}$ sata; d) 12 min?

14. Izviđači su krenuli na put dug 54 kilometara. Prvi dan su prešli $\frac{4}{9}$ cijelog puta, a drugi $\frac{1}{6}$ puta koji su prešli prvog dana. Treći dan su stigli na cilj. Koliko kilometara su prešli prvi, drugi i treći dan?

15. Kolika je stranica jednakostraničnog trokuta kojemu je opseg 12.6 m?

16. Kolika je stranica kvadrata kojemu je opseg $3\frac{2}{6}$ m?

17. $15\frac{3}{4}$ kg jabuka treba rasporediti u 9 sanduka. Koliko kilograma jabuka će biti u svakom sanduku?

18. Vinogradar želi $10\frac{1}{2}$ l vina preliti u boce. U jednu bocu može uliti $\frac{7}{10}$ l. Koliko mu je boca potrebno?

19. Koliko se vrećica može napuniti od 22.5 kg slatkiša, ako u svaku vrećicu stane $\frac{9}{10}$ kg?

20. Na treningu je trener izmjerio visinu učenika: 1.72, 1.59, 1.64, 1.54, 1.80, m. Kolika je prosječna visina te grupe učenika? Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka.

21. U mjesecu srpnju zabilježene su ove količine padalina: 1.3, 0.1, 0.77, 5.1, 4.54, 1.08 l. Kolika je prosječna količina padalina za srpanj? Upotrijebi džepno računalo za rješavanje zadatka.

22. U mjesecu listopadu u jednom tjednu zabilježene su ove temperature: 25.2 °C, 20.5 °C, 18.4 °C, 17.3 °C, 8.5 °C, 0°C, 1°C. Kolika je prosječna temperatura za taj tjedan?

4.7 Svojstva računskih operacija u skupu racionalnih brojeva

Računanje u Q

Izračunaj:

$$a) -3 \cdot 1.25 = \quad b) \frac{7}{2} - 1.4 =$$

$$c) -125 : (-2.5) = \quad d) \frac{4}{3} + \frac{7}{6} =$$

Primjer 1. Skup racionalnih brojeva

Pogledajte rješenja prethodnog zadatka. Primijetimo da smo u svim primjerima kao rezultat dobili neki broj iz skupa racionalnih brojeva.

Važno

Ako zbrajamo, oduzimamo, množimo ili dijelimo racionalne brojeve, rezultat će također biti racionalan broj.

Primjer 2. Komutativnost

Komutativnost

Izračunaj:

$$a) -3 + 5 = \quad b) 1.5 \cdot (-2) =$$

$$5 + (-3) = \quad (-2) \cdot 1.5 =$$

$$c) 5.4 - \frac{1}{2} = \quad d) 25 : (-5) =$$

$$\frac{1}{2} - 5.4 = \quad (-5) : 25 =$$

U primjerima a) i b) rezultati su bili jednaki, a u primjerima c) i d) ne.

Važno

Svojstvo komutativnosti vrijedi za množenje i zbrajanje racionalnih brojeva, ali ne vrijedi za oduzimanje i dijeljenje racionalnih brojeva.

Rješenje:

$$a) -3 + 5 = 2 \quad b) 1.5 \cdot (-2) = -3$$

$$5 + (-3) = 2; \quad (-2) \cdot 1.5 = -3;$$

$$c) 5.4 - \frac{1}{2} = 4.9 \quad d) 25 : (-5) = -5$$

$$\frac{1}{2} - 5.4 = -4.9; \quad (-5) : 25 = -\frac{1}{5}.$$

Pogledamo li još jednom rezultate u e) i f) primjerima, vidjet ćemo da su rezultati **suprotni brojevi**. Dakle, zamijenimo li pri oduzimanju brojevima mjesta, ćemo dobiti suprotan broj. Pogledamo li rezultate g) i h) primjera vidjet ćemo da su rezultati **recipročni brojevi**. Dakle, zamijenimo li pri dijeljenju brojevima mjesta, dobit ćemo recipročan broj.

Primjer 3. Asocijativnost

Asocijativnost

Izračunaj:

$$a) 1.2 + \left(\frac{1}{2} + (-1)\right); \quad \left(1.2 + \frac{1}{2}\right) + (-1);$$

$$b) 1.2 \cdot (5 \cdot (-3)); \quad (1.2 \cdot 5) \cdot (-3);$$

$$c) \left(1.2 - \frac{1}{2}\right) - 1; \quad 1.2 - \left(\frac{1}{2} - 1\right);$$

$$d) 25 : ((-5) : 2); \quad (25 : (-5)) : 2.$$

Rješenje:

$$a) 1.2 + \left(\frac{1}{2} + (-1)\right) = 1.2 - \frac{1}{2} = 1.2 - 0.5 = 0.7$$

$$\left(1.2 + \frac{1}{2}\right) + (-1) = 1.7 + (-1) = 0.7;$$

Primjer 4. Posebni brojevi

Koji racionalni broj možemo dodati bilo kojem broju, a da zbroj bude jednak početnom broju? Kojim racionalnim broj možemo pomnožiti bilo koji broj, a da umnožak bude jednak početnom broju?

Postoje li takvi brojevi za dijeljenje i oduzimanje?

Rješenje:

Primjerice

$$\frac{5}{4} \cdot 1 = \frac{5}{4}, \quad 2.5 : 1 = 2.5; \quad \frac{5}{4} + 0 = \frac{5}{4}; \quad 2.5 - 0 = 2.5.$$

Nula

Primjer 5. Računanje s nulom

Izračunaj:

$$a) -2 + 0 = ; \quad b) 3 - 0 = ; \quad c) \frac{3}{5} \cdot 0 =$$

$$d) 0 : 1.5 = ; \quad e) -14.5 : 0 = .$$

Rješenje:

$$a) -2 + 0 = -2; \quad b) 3 - 0 = 3; \quad c) \frac{3}{5} \cdot 0 = 0;$$

$$d) 0 : 1.5 = 0; \quad e) -14.5 : 0 = \text{nije određeno.}$$

$$b) 1.2 \cdot (5 \cdot (-3)) = 1.2 \cdot (-15) = -18;$$

$$(1.2 \cdot 5) \cdot (-3) = 6 \cdot (-3) = -18;$$

c)

$$1.2 - \left(\frac{1}{2} - 1\right) = 1.2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1.2 + \frac{1}{2} = 1.2 + 0.5 = 1.7$$

$$\left(1.2 - \frac{1}{2}\right) - 1 = 0.7 - 1 = -0.3$$

$$d) 25 : ((-5) : 2) = 25 : (-2.5) = -10$$

$$(25 : (-5)) : 2 = -5 : 2 = -2.5$$

Važno

Svojstvo asocijativnosti vrijedi za množenje i zbrajanje racionalnih brojeva, ali ne vrijedi za oduzimanje i dijeljenje racionalnih brojeva.

Važno

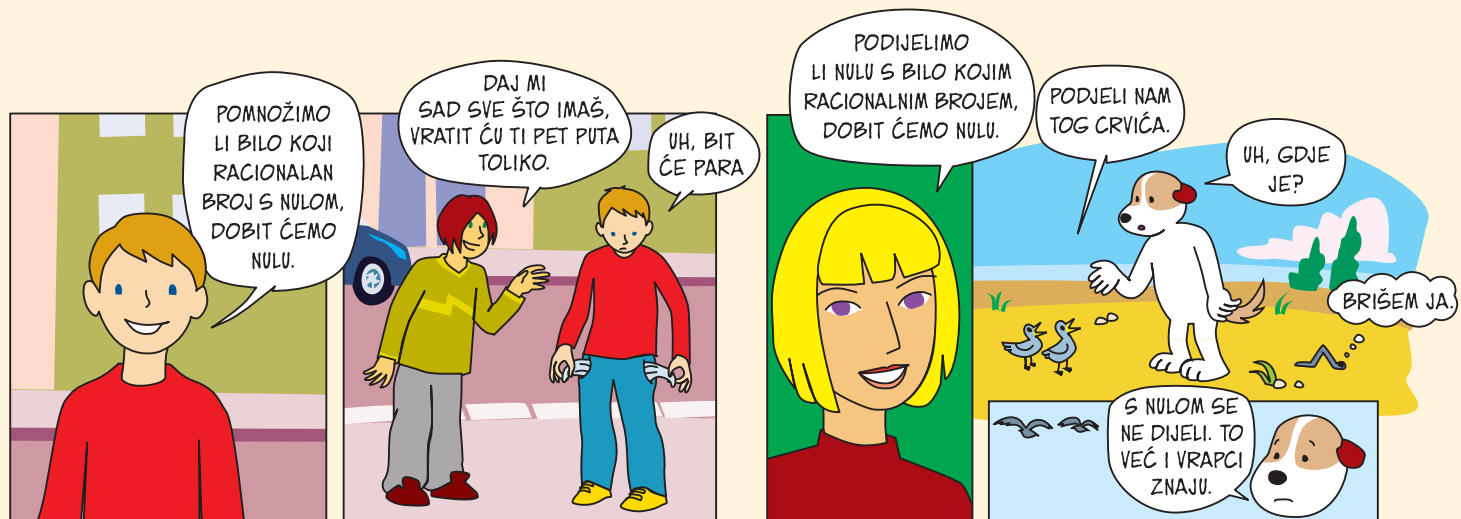
Broj 1 ne mijenja rezultat pri množenju i dijeljenju.

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a : 1 = a.$$

Broj 0 ne mijenja rezultat pri zbrajanju i oduzimanju.

$$b + 0 = 0 + b = b; \quad b - 0 = b.$$





Primjer 6. Računanje s -1

-1

Broj -1 nam je zanimljiv pri množenju i dijeljenju.

Koliko je:

$$2.5 \cdot (-1) =$$

$$(-2.5) : (-1) =$$

Važno

Množimo li ili dijelimo neki broj s -1 , dobit ćemo njemu suprotan broj.

Rješenje:

$$2.5 \cdot (-1) = -2.5$$

$$(-2.5) : (-1) = 2.5$$



Primjer 7. Distributivnost i množenje

Distributivnost

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

$$(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$$

Svojstvo distributivnosti ste upoznali računajući s prirodnim i cijelim brojevima te razlomcima i decimalnim brojevima. To svojstvo omogućava da zadatke s množenjem i zagradom rješavamo na dva načina.

Izračunajmo: $\frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{3}{2} \cdot 5 =$

Rješenje:

I. način

Izlučivanje zajedničkog faktora

Zajednički faktor u zadatku je 5, jer se pojavljuje kao faktor u oba pribrojnika. Izlučimo ga.

$$\frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{3}{2} \cdot 5 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right) = 5 \cdot \frac{4}{2} = 5 \cdot 2 = 10.$$

Pritom je svejedno pišemo li zajednički faktor ispred ili iza zagrade.

II. način

Prema redosljedu računskih operacija

$$\frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

Primjer 8. Distributivnost i dijeljenje

Izračunajmo: $\left(2.5 + \frac{5}{2} \right) : 5 =$

$$\left(2.5 + \frac{5}{2} \right) : 5 = 2.5 : 5 + \frac{5}{2} : 5 = 0.5 + \frac{1}{2} = 1.$$

Rješenje:

Svojstvo distributivnosti vrijedi i za jedan poseban slučaj dijeljenja – ako zagradu dijelimo nekim brojem.

Taj način

ne smijemo upotrijebiti ako je zagrada na mjestu djelitelja!

Distributivnost i dijeljenje

$(b + c) : a = b : a + c : a$

$(b - c) : a = b : a - c : a$

Z a d a c i

1. Izračunaj:

a) $\frac{2}{3} \cdot 1$; b) $0 \cdot 4.7$; c) $1 \cdot \left(-\frac{17}{8} \right)$; d) $\frac{5}{6} \cdot 0$;
 e) $-1 \cdot \frac{1}{3}$; f) $0 \cdot \left(-\frac{1}{15} \right)$; g) $-1.9 \cdot (-1)$; - :
 h) $\left(-\frac{1}{6} \right) : (-1)$.

2. Izluči zajednički faktor pa izračunaj:

a) $7 \cdot (-23.4) + 7 \cdot (-6.6)$;
 b) $12 \cdot 1.5 - 12 \cdot 3.5$; c) $-3 \cdot 9 + 3 \cdot 109$;
 d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$; e) $\frac{5}{6} \cdot 5 - \frac{1}{6} \cdot 5$;
 f) $0.2 \cdot \frac{13}{15} + 0.2 \cdot \frac{2}{15}$; g) $\frac{1}{7} \cdot 4 + 6 \cdot \frac{1}{7} - 11 \cdot \frac{1}{7}$;
 h) $15 \cdot \frac{1}{6} - 1 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \cdot 4$; i) $\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{15} + \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{15} + \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{5}$;
 j) $\frac{3}{11} \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{11} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{11} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{11}$.

3. Primijeni distributivnost.

a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right)$; b) $5 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} \right)$;
 c) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{15} + \frac{8}{15} \right)$; d) $-7 \cdot \left(\frac{4}{14} - \frac{5}{14} \right)$;
 e) $-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5} \right)$; f) $5 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} \right)$;
 g) $-0.75 \cdot \left(\frac{4}{15} - \frac{8}{5} \right)$; h) $7 \cdot \left(\frac{4}{7} + \frac{5}{14} \right)$.

4. Odaberi jednostavniji način rješavanja.

a) $1.4 \cdot \frac{3}{8} - 1.4 \cdot \frac{1}{8}$; b) $5 \cdot \frac{5}{6} - 5 \cdot \frac{1}{6}$;
 c) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{8} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$; d) $25 \cdot \frac{11}{15} - 25 \cdot \frac{4}{15}$;
 e) $0.5 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5} \right)$; f) $15 \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{10} \right)$;

$$\begin{aligned} \text{g)} & -0.75 \cdot \left(\frac{16}{15} + \frac{2}{5}\right); & \text{h)} & 7 \cdot \left(\frac{9}{7} - \frac{5}{14}\right); \\ \text{i)} & -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{5}\right); & \text{j)} & -15 \cdot \left(\frac{11}{10} + \frac{7}{10}\right); \\ \text{k)} & \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{6}{15} - \frac{2}{15}\right); & \text{l)} & 7 \cdot \left(\frac{9}{14} + \frac{5}{14}\right); \\ \text{m)} & -\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{10}{3} + \frac{4}{5}\right); & \text{n)} & 5 \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{9}{10}\right); \\ \text{o)} & \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{4}{3}\right); & \text{p)} & -7 \cdot \left(\frac{11}{21} - \frac{9}{14}\right). \end{aligned}$$

5. Spretno podijeli:

$$\begin{aligned} \text{a)} & 77 : 11 - 110 : 11; \\ \text{b)} & -350 : 70 - 140 : 70 - 210 : 70; \\ \text{c)} & 250 : 25 - 100 : 25 - 50 : (-25); \\ \text{d)} & \left(12.5 - \frac{5}{2}\right) : 5; \\ \text{e)} & \left(\frac{7}{2} - 1.4 + 210\right) : 7; \\ \text{f)} & \left(\frac{3}{5} - 0.3 + 300\right) : (-3). \end{aligned}$$

4.8. Povezivanje računskih operacija

Kombinacije računskih operacija

Izračunaj:

$$\text{a)} 3 \cdot 7 - 4 - 9 : 3 = \quad \text{b)} 2.5 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4 =$$

Za zadatke u kojima računamo s racionalnim brojevima vrijedi uobičajeni redoslijed izvršavanja računskih operacija. Najprije množimo i dijelimo, zatim zbrajamo i oduzimamo. Ako u zadatku postoje zagrade, treba prvo rješavati izraz u zagradi.

Primjer 1. Redoslijed računskih operacija

Koliko je:

$$\text{a)} \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{5}{2}; \quad \text{b)} 5.6 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot 8.$$

Rješenje:

Riješimo ove zadatke poštujući redoslijed izvršavanja računskih operacija.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{5}{2} = \frac{2^1 \cdot 3^1}{5^1 \cdot 4^1} - \frac{1^1 \cdot 2^1}{4^1 \cdot 5^1} = \frac{2}{10} - \frac{2}{20} = \frac{2}{10} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

Najprije smo napravili množenje i dijeljenje, a nakon toga oduzimanje.

Rezultat smo na kraju još skratili.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 5.6 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot 8 &= 5.6 - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) \cdot 8 = 5 \\ &= 5.6 - \frac{1}{4} \cdot 8 = 5.6 - 2 = 3.6. \end{aligned}$$

Najprije računamo razliku u zagradi, zatim množimo i na kraju još oduzimamo.

Redoslijed računskih operacija

1. Množenje i dijeljenje
2. Zbrajanje i oduzimanje

Primjer 2. Više zagrada

$$\left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 (3 \cdot 2 - 7 \cdot (-2)) + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = ?$$

Rješenje:



Najprije unutarnje zagrade, a onda vanjske. I poštuju redoslijed!

Najprije računamo umnoške unutar okrugle zagrade.

$$\begin{aligned} &\left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 (3 \cdot 2 - 7 \cdot (-2)) + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \\ &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 (6 + 14) + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \end{aligned}$$

Zatim zbroj u okrugloj zagradi.

$$\begin{aligned} &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 (6 + 14) + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \\ &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 \cdot 20 + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \end{aligned}$$

Slijedi množenje u uglatoj zagradi.

$$\begin{aligned} &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 14 \cdot 20 + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \\ &= \left\{1.2 \cdot \left[2 - 280 + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \end{aligned}$$

Zbrajamo u uglatoj zagradi.

$$\begin{aligned} &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 280 + \frac{3}{4}\right]\right\} : (-5) = \\ &= \left\{-1.2 \cdot \left[2 - 280 + 0.75\right]\right\} : (-5) = \\ &= \left\{-1.2 \cdot \left[-277.25\right]\right\} : (-5) = \end{aligned}$$

Računamo umnožak u vitičastoj zagradi.

$$\begin{aligned} &= \left\{-1.2 \cdot \left[-277.25\right]\right\} : (-5) = \\ &= 332.7 : (-5) = \end{aligned}$$

I još posljednje dijeljenje.

$$= 332.7 : (-5) = -66.54.$$

Zadaci

1. Izračunaj:

- a) $13 - (-7) \cdot 3$; b) $63 + 24 : (-6)$;
c) $-9 : 3 + (-21) : (-7)$; d) $-26 - 65 : 5 + 11$;
e) $51 - (-8) \cdot (-3)$.

2. Izračunaj:

- a) $27 + 3 \cdot (-5) - (-4)$;
b) $-23 - 64 : (-8) + (-12) \cdot 2$;
c) $-26 + (-7) \cdot (-4) - 38$;
d) $4 - 33 : (-3) - 3 \cdot (-6)$;
e) $-56 : (-8) - 25 \cdot (-1)$;
f) $51 + (-36) : 6 - 7$.

3. Izračunaj:

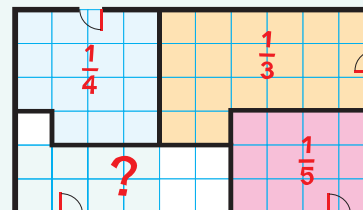
- a) $9.4 - 5 - \left[\frac{3}{2} + (-3) + 2 \cdot (-7 - 4 + \frac{1}{4})\right]$;
b) $3.6 + [-4.5 - (-12 + 7) \cdot (-3)] \cdot (-2)$;
c) $-[-64 : (-16 + 8) - 2.9]$;
d) $-15.35 + 4 \cdot \{51 - 14 : [16 - 3 \cdot (-9 + 12)]\}$.

4. Trgovina je naručila 3000 kutija bombona. Jedna četvrtina te pošiljke su bomboni od čokolade, a tri petine pošiljke su mliječne karamele. Ostalo su razni voćni bomboni. Koliko je kutija pojedine vrste čaja naručila trgovina? Upotrijebi džepno računalo ako želiš.



5. Plaća neke osobe iznosi 3480.75 kuna. Trećinu plaće daje za otplatu kredita, a polovinu za stanarinu i režije. Koliko kuna daje za kredit, a koliko za stanarinu i režije? Koliko mu ostaje?

6. Najam jednog kata zgrade stoji 43 585.50 kn. Taj kat je podijeljen na četiri stana. Prvi stan ima površinu $\frac{1}{4}$ kata zgrade, drugi $\frac{1}{3}$ kata zgrade, a treći $\frac{1}{5}$ kata zgrade. Koliki dio kata zauzima četvrti stan? Koliku najamninu mora platiti stanar svakog stana, ako iznos najamnine odgovara veličini stana? Upotrijebi džepno računalo ako želiš.





7. Od 1200.75 kg jabuka, prvi dan prodano je 345.5 kg, a drugi dan $\frac{2}{5}$ ostatka. Koliko su zaradili u ta dva dana, ako je cijena jednog kilograma jabuka 5.50 kn? Upotrijebi džepno računalo ako želiš.

8. U jednu kutiju stane 48 boca soka. Kolika je ukupna masa kutije, ako je masa prazne boce 0.25 kg, masa soka u boci $\frac{7}{10}$ kg i masa prazne kutije 3.75 kg?

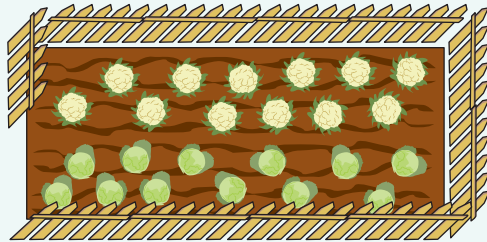


9. Zid sportske dvorane ima oblik pravokutnika s duljinom 25.6 m i visinom 2.5 m. Do $\frac{3}{4}$ visine

zid je potrebno obojati zelenom bojom, a ostatak plavom. Koliko je potrebno litara zelene boje, a koliko plave, ako je za 1 m² potrebno 0.2 l boje?

Koliko će koštati bojanje tog zida, ako se plava boja prodaje po 21.54 kn za 1 l, a zelena boja 18.99 kn za 1 l? Osim troškova boje potrebno je platiti i majstoru. Majstor naplaćuje 35.50 kn po 1 m². Upotrijebi džepno računalo ako želiš.

10. Vrt ima oblik pravokutnika duljine 50.5 m i širine 20.75 m. Kolika je površina tog vrta? Ako vrtlar za jedan sat prekopa 25 m² vrta, koliko će mu sati trebati da prekopa cijeli vrt?



11. Jedan radnik za 4 sata obradi 52.25 m³ drva, a drugi za 5 sati obradi 70.5 m³. Koliku količinu drva svaki od njih obradi za 1 sat? Koliku količinu drva bi obradili za 1 sat zajedno?

a) $\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{12} \right) - \frac{1}{12}$; b) $\left(\frac{9}{5} - \frac{7}{8} \right) \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{7}$;

c) $\frac{25}{3} - \frac{13}{10} \cdot \frac{8}{5}$; d) $\frac{25}{12} + \frac{13}{18} \cdot \frac{7}{9}$;

e) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{7}{10}$; f) $\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{7} \right)$;

g) $\frac{7}{15} \cdot \frac{13}{10} \cdot \frac{9}{5}$; h) $\frac{21}{12} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{17}{3}$.

12. Izračunaj:

a) $-\frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{5}{7} : 2.5$; b) $2.8 : 7 + \frac{2}{7} : 1\frac{3}{5} + 2 : \frac{14}{15}$;

c) $-\frac{4}{9} : 0.2 + 6 : \frac{4}{5}$; d) $\frac{25}{12} - 0.75 : \frac{5}{6}$;

e) $-50 : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{5} \cdot 0.32 - 2 : 0.2$; + .

f) $\left(\frac{3}{5} + 0.25 \right) : \frac{2}{3} - 2 : \frac{4}{5}$;

g) $\frac{4}{9} : \left(\frac{2}{5} - 6 \right) : 0.8$; .

h) $-\frac{25}{12} + 2.6 - \frac{3}{4} : \left(-\frac{5}{6} \right)$.



13. Izračunaj, upotrijebi džepno računalo ako želiš:

14. Izračunaj:

a) $-\frac{5}{4} \cdot \left[12 - \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \cdot 0.8 \right]$;

b) $0.5 \cdot \left[2.5 - 2 \left(\frac{6}{8} - 1 \right) \right] : 3.5$

c) $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{4} \right) : (-0.75) - 2\frac{1}{6} : (-6)$;

d) $-3 \cdot \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{6}{8} + 5 \right) \cdot 2.4 \right]$;

e) $\left[24 + 0.25 : \left(-\frac{2}{16} \right) \right] : \left[1 : \left(-\frac{3}{6} \right) - 9 \right]$;

f) $-11 \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} - 1.75 \right) \right]$.



15. Izračunaj, upotrijebi džepno računalo ako želiš:

a) $\left(0.5 - \frac{1}{8}\right) : (-4) - 16.25 : (-4);$

b) $\left(-\frac{7}{24} : \frac{1}{8} - \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{2}{3} + 0.25\right);$

c) $-1.2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{5}{2} - 2.2\right) \cdot \frac{5}{3}\right];$

d) $\left[\left(0.75 - \frac{3}{20}\right) : 4\right] : \left(3 \cdot \frac{4}{25} + 0.59\right);$

e) $\left(\frac{9}{2} + 0.6\right) : \left[\left(-7.5 - \frac{2}{3}\right) \cdot 0.12\right];$

f) $\left[\left(-\frac{1}{4} - 0.25\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) + 2\right] : \left(2 : \frac{1}{8} - \frac{7}{20} \cdot 120\right);$

g) $\left(-0.375 + \frac{1}{4} : (-2)\right) : \left(-\frac{1}{9} : (-0.2) - \frac{1}{90}\right);$

h) $\frac{1}{8} - \left\{\left[1.375 - \left(-\frac{5}{2}\right)\right] \cdot \left(-5\frac{1}{2}\right) - 2.9\right\};$

i) $\left[\left(-\frac{3}{4} - 0.25\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) + 1.5\right] : \left[\left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{18}\right) \cdot 5 - 2\right].$

Vježbalica

1. Izluči zajednički faktor pa izračunaj:

a) $7 \times (-3.18) + 7 \times (-6.82);$

b) $12 \times 4.7 - 12 \times 14.7;$

c) $-3 \times 12.2 + 3 \times 13.2;$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{-5}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4};$

e) $-\frac{5}{6} \cdot 5 - \frac{1}{6} \cdot 5;$

f) $0.3 \cdot \frac{22}{15} + 0.3 \cdot \frac{8}{15};$

g) $\frac{1}{18} \cdot 4.3 + 6.5 \cdot \frac{1}{18} - 1.8 \cdot \frac{1}{18};$

h) $1.5 \cdot \frac{1}{10} - 1.8 \cdot \frac{1}{10} - \frac{1}{10} \cdot 4.7;$

i) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{15} - \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{12};$

j) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}.$

2. Odaberi jednostavniji način rješavanja.

a) $1.4 \cdot \frac{6}{5} - 1.4 \cdot \frac{1}{5};$ b) $8 \cdot \frac{5}{6} - 5 \cdot \frac{5}{6};$

c) $\frac{5}{9} \cdot \frac{8}{6} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9};$ d) $2.7 \cdot -\frac{10}{15} - 2.7 \cdot \frac{1}{3};$

e) $15 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right);$ f) $-20 \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{10}\right);$

g) $-75 \cdot \left(\frac{16}{15} + \frac{2}{5}\right);$ h) $24 \cdot \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{3}\right);$

i) $-\frac{1}{7} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{14}{5}\right);$ j) $-0.5 \cdot \left(\frac{11}{25} + \frac{7}{35}\right);$

k) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{6}{18} - \frac{2}{9}\right);$ l) $0.7 \cdot \left(-\frac{9}{21} + \frac{5}{35}\right).$

3. Spretno podijeli:

a) $7.7 : 11 - 1.1 : 11;$

b) $-3.5 : 70 - 1.4 : 70 - 2.1 : 70;$

c) $2.5 : 2.5 - 10 : 2.5 - 50 : (-2.5);$

d) $\left(17.5 - \frac{7}{2}\right) : 7.$

4. Izračunaj:

a) $1\frac{1}{2} + 3 \cdot (-0.4)$;

b) $-\frac{6}{8} - \frac{9}{4} : 3$;

c) $\frac{3}{6} : (-\frac{8}{9}) + (-1\frac{7}{16})$;

d) $1 - 0.75 \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5} - 13 \cdot 0.05$.

5. Izračunaj:

a) $-\frac{5}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{8} - \frac{24}{8} : \frac{12}{16} - \frac{7}{12}$;

b) $-\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{5}\right) \cdot 1.875 - \frac{24}{8} : \frac{12}{16} - 0.6875$;

c) $\frac{5}{6} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{15}{8} + \frac{24}{8}\right) : \frac{12}{16} - \frac{7}{30}$;

d) $\frac{5}{6} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{15}{8} + \frac{24}{8} : \frac{12}{16}\right) - \frac{11}{60}$.

6. Izračunaj:

a) $-\frac{15}{37} \cdot \left[1\frac{2}{3} - \left(\frac{4}{15} \cdot \frac{12}{16} - \frac{4}{5} : 0.8\right)\right]$;

b) $0.4 - \left[\frac{3}{9} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) + \frac{7}{9} : 1\frac{3}{7}\right]$;

c) $\frac{3}{5} : \left(2 + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{5}{28} + \frac{3}{35} \cdot \frac{15}{9}\right)$;

d) $\frac{3}{4} - \frac{17}{8} : \left(2\frac{3}{4} - 0.625\right)$.

7. Izračunaj:

a) $2\frac{5}{6} - \left[1.8 \cdot \left(2.25 + 2\frac{2}{8} : 9\right) - 1\frac{1}{3}\right]$;

b) $-0.2 - \left[11\frac{1}{3} : \left(11\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} : 2\right) + 2\frac{7}{15}\right] - 1.4 \cdot 3$;

c) $-\frac{7}{2} - \left[\left(\frac{5}{3} : 6 + 1\right) - \frac{18}{7} : 9\right] : 1\frac{4}{21} - \frac{8}{3}$;

d) $2\frac{3}{8} - \left[1\frac{2}{5} : \left(1 + \frac{5}{6} \cdot 2\right) - \frac{1}{2}\right] + \frac{3}{4} : 5$.

8. Izračunaj:

a) $-\frac{7}{8} - \left[\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} : \frac{4}{9}\right) - 0.125\right]$;

b) $-\left[\frac{13}{7} : \left(\frac{2}{7} - 0.8 : 8\right) + \frac{2}{7}\right] + \frac{1}{7} \cdot 2$;

c) $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{4} - \left[\left(\frac{1}{6} : \frac{4}{9} + 1\frac{3}{8}\right) - 1 : 4\right] : \frac{3}{5}$;

d) $\left\{\frac{3}{2} - \left[-\frac{13}{8} : \left(\frac{1}{4} + 0.5 \cdot \frac{3}{5}\right) - 1\right]\right\} \cdot (-0.44)$.

9. Izračunaj:

a) $-5\frac{2}{3} - \left[\frac{11}{43} \cdot \left(2\frac{1}{3} + 8\frac{2}{3} : 5\frac{3}{6}\right) - \frac{1}{6}\right]$;

b) $\left[\frac{8}{6} : \left(1\frac{11}{12} - \frac{6}{8} : \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}\right] - 2.6 \cdot 0.75$;

c) $\frac{5}{6} \cdot 4 - \left[\left(\frac{2}{7} : 6 + \frac{1}{14}\right) - 1.5 : 21\right] : \left(-\frac{23}{7}\right)$;

d) $\left\{1.25 - \left[1.125 : (1.5 + 1.5 \cdot 0.5) - 0.375\right] - 3.75 : 15\right\} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$

4.9. Ponavljanje

Pitanja za ponavljanje:

- Koji brojevi se nalaze u skupu prirodnih brojeva?
- Kako označavamo skup prirodnih brojeva?
- Koji brojevi se nalaze u skupu cijelih brojeva?
- Kako označavamo skup cijelih brojeva?
- Koji brojevi se nalaze u skupu racionalnih brojeva?
- Kako označavamo skup racionalnih brojeva?
- Koja svojstva ima zbrajanje u skupu racionalnih brojeva?
- Koja svojstva ima oduzimanje u skupu racionalnih brojeva?
- Koja svojstva ima množenje u skupu racionalnih brojeva?
- Koja svojstva ima dijeljenje u skupu racionalnih brojeva?
- Kako računamo s nulom?
- Kakav rezultat dobivamo pri množenju i dijeljenju s 1?
- Kakav rezultat dobivamo pri množenju i dijeljenju s -1?
- Koji broj je veći, ako uspoređujemo:
 - pozitivan i negativan broj,
 - pozitivan broj i nulu,
 - negativan broj i nulu?
- Za koje računske operacije je potrebno najprije svesti razlomke na zajednički nazivnik?
- Za koje računske operacije s razlomcima ne trebamo zajednički nazivnik?
- Pri kojoj računskoj operaciji kratimo razlomke?
- Što je recipročna vrijednost nekog racionalnog broja?
- Za koju računsku operaciju nam je potrebna recipročna vrijednost?
- Kako ćemo računati, ako se u zadatku traži zbrojiti jedan razlomak i jedan decimalni broj?
- Bez računanja reci hoće li rezultat biti pozitivan ili negativan broj:
 - $-2.5 + 3.67$; b) $-45.98 - 23.45$;
 - $-12.3 - 5.99$; d) $8.79 - 8.67$.

Zadaci za ponavljanje

- Usporedi racionalne brojeve:
 - $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{3}$, $-\frac{8}{3}$ i $-\frac{9}{5}$, $\frac{3}{10}$ i $\frac{5}{7}$, $-\frac{5}{6}$ i $\frac{10}{12}$;
 - -2.5 i -5.2 , 12.34 i -12.33 , -6.45 i -6.56 , -125.99 i 126.99 ;
 - -1.5 i $-\frac{4}{3}$, $\frac{11}{2}$ i 5.6 , $-\frac{4}{10}$ i 0 , $\frac{2}{6}$ i 0 .
- Poredaj po veličini od najmanjeg prema najvećem:
 - $-\frac{14}{4}$, 0.81 , -2.32 , $\frac{5}{2}$ i 1.75 ;
 - -5.23 , 4.44 , -5.05 , $-\frac{26}{5}$ i $\frac{17}{4}$.
- Poredaj gradove prema izmjerenim temperaturama tako da počneš od najtoplijeg grada.
Atena 14.4 °C, Berlin 6.4 °C, Moskva -20.4 °C, Oslo -11.4 °C, Pariz -3.8 °C, Prag -5.4 °C, Rim 16.5 °C, Beč 0 °C, Zagreb 2.5 °C, Bern -4.6 °C, London -5.9 °C, Madrid 9.4 °C, Kopenhagen -12.8 °C, Haag 2.6 °C, Helsinki -17.2 °C. Kolika je temperaturna razlika između najhladnijeg i najtoplijeg grada?
- Izračunaj:
 - $-2.5 + 3.67$; b) $-45.98 - 23.45$;
 - $-12.3 - 5.99$; d) $8.79 - 8.67$;
 - $-\frac{2}{3} - 2.2$; f) $\frac{1}{6} + 4.25$; g) $-6.5 - \frac{2}{7}$; h) $0.8 + \frac{5}{11}$.

5. Prvo pojednostavni zapis, pa izračunaj:

- a) $-6.6 + (-2.3) + (+4.4) - (-1.5) - (+3.2)$;
 b) $- (+2.5) + (-6.6) - (-3.2)$;
 c) $100 - (-25.9) - 35 + (-25.9) - (+35)$;
 d) $- (+8.4) + 45 - (+45) + 0 + (-12.5)$.

6. Izračunaj stanje računa za posljednji datum u tablici.

a)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			405.23
izvod	12.06.	-3.50	
plaća	13.06.	3226.24	
ček	24.06	-1340.42	
račun	30.06.	-526.23	
izvod	01.08.	-3.50	
plaća	23.08.	3457.24	
ček	24.08.	-1522.99	
račun	30.08.	-551.03	

b)

vrsta	datum	uplata/ isplata	stanje
			-5.23
izvod	12.06.	-1.50	
plaća	13.06.	3272.24	
ček	24.06	-340.42	
račun	30.06.	-1576.23	
izvod	01.08.	-9.50	
plaća	23.08.	4457.24	
ček	24.08.	-522.99	
račun	30.08.	-1544.03	

7. Koliko je grama a) $\frac{3}{4}$ kg; b) $\frac{13}{25}$ kg?

8. Napiši u obliku kuna i lipa: 2.88 kn, 3.5 kn, $\frac{1}{4}$ kn,
 $\frac{1}{2}$ kn, $3\frac{1}{2}$ kn, $25\frac{1}{4}$ kn.

9. Izračunaj:

- a) $\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{15}$; b) $\frac{7}{14} \cdot \left(-\frac{42}{21}\right)$; c) $\frac{-17}{44} \cdot \left(-\frac{55}{34}\right)$;
 d) $\frac{5}{100} \cdot \left(-\frac{50}{20}\right)$; e) $\frac{12}{49} \cdot \left(-\frac{14}{25}\right) \cdot \frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$;
 f) $\frac{1}{21} \cdot \frac{(-4)}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{(-7)}{(-5)}$; g) $\frac{39}{64} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{25} \cdot \frac{75}{49}$;
 h) $\frac{16}{28} \cdot \frac{10}{32} \cdot \left(-\frac{35}{24}\right) \cdot \frac{27}{15}$.

10. Izračunaj umnožak:

- a) $-6 \cdot 3 \cdot 5$; b) $-8 \cdot (-2) \cdot 6$;
 c) $-7 \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-2)$;
 d) $-5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$; e) $0 \cdot (-9) \cdot (-5) \cdot (-3)$.

11. Izračunaj umnožak:

1. faktor	2. faktor	3. faktor	Umnožak
-5.20	2.45	-1	
0.2	-5.67	2	
5.6	-6.79	-3	
-1.03	4.91	4	
-6.4	-7.03	-5	
-1.8	-22.15	-6	
7.2	-7.27	-7	

12. Izračunaj količnik:

- a) $-27 : 9$; b) $-49 : (-7)$; c) $-14 : 7$;
 d) $-50 : 5$; e) $-9 : (-9)$.

13. Popuni tablicu:

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
-17.94	-3.45	
48.442	-4.57	
91.04	5.69	
145.8021	-6.81	
-212.6033	-7.93	
-291.591	9.05	
382.6971	10.17	

14. Odaberi jednostavniji način rješavanja i izračunaj:

- a) $1.4 \cdot \frac{3}{8} + 1.4 \cdot \frac{1}{8}$; b) $-5 \cdot \frac{5}{6} - 5 \cdot \frac{1}{6}$;
 c) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$; d) $50 \cdot \frac{11}{15} - 50 \cdot \frac{4}{15}$;
 e) $0.9 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right)$; f) $30 \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{10}\right)$;
 g) $-0.75 \cdot \left(\frac{16}{15} - \frac{2}{5}\right)$; h) $7 \cdot \left(\frac{9}{7} + \frac{5}{14}\right)$;
 i) $-\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{5}\right)$; j) $-25 \cdot \left(\frac{11}{10} - \frac{7}{10}\right)$;
 k) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{6}{15} + \frac{2}{15}\right)$; l) $-14 \cdot \left(\frac{9}{14} + \frac{5}{14}\right)$.

15. Izračunaj:

- a) $7 + 3 \cdot (-5) - (-2)$; b) $-3 - 16 : (-8) + (-12) \cdot 2$;
 c) $-6 + (-7) \cdot (-4) - 28$.

16. Izračunaj:

a) $4 - 5.3 - \left[\frac{3}{2} + (-2) + 8 \cdot \left(-7 - 3.5 + \frac{1}{4} \right) \right]$;

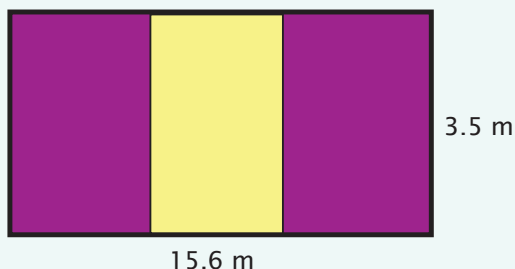
b) $3.6 - [-7.5 - (-12 - 5) \cdot (-2)] \cdot (-2)$;

c) $-[-64 : (-16 + 8) - 9.9]$;

d) $-15.45 + 4 \cdot \{1.6 - 14 : [16 - 3 \cdot (-9 + 12)]\}$;



17. Jedan zid dvorane ima oblik pravokutnika sa širinom 15.6 m i visinom 3.5 m. Zid treba obojati u tri pruge jednake širine. Prva pruga treba biti ljubičasta, druga žuta, a treća opet ljubičasta. Koliko je potrebno litara žute, a koliko ljubičaste boje, ako je za 1 m² potrebno 0.3 l boje? Koliko će koštati bojanje tog zida, ako se žuta boja prodaje po 22.42 kn za 1 l, a ljubičasta po 19.99 kn za 1 l? Osim troškova boje potrebno je platiti i majstoru. Majstor naplaćuje 51 kn po 1 m².



18. Parkiralište ima oblik pravokutnika duljine 45.5 m i širine 15.75 m. Kolika je površina tog parkirališta? Stroj za poravnavanje može poravnati 40 m² za 30 minuta. Koliko će mu sati trebati da poravna cijelo parkiralište?



19. Od zemljišta površine 2500.6 m² prodana su tri gradilišta površine 302.25 m², 199.5 m² i 320 m². Dio zemljišta od 172.7 m² određen je za izgradnju robne kuće. Koliki dio zemljišta je preostao za daljnju gradnju?



20. Koliko se vrećica može napuniti od 373.5 kg brašna, ako u svaku vrećicu stane 250 grama?

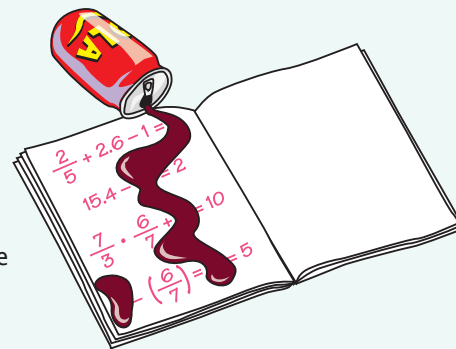
21. U jednu kutiju stane 40 konzervi kompoti. Kolika je ukupna masa kutije, ako je masa prazne konzerve $\frac{1}{4}$ kg, masa sadržaja konzerve 0.7 kg i masa prazne kutije 2.5 kg?

22. U Varaždinu su tijekom veljače zabilježene ove temperature zraka: 0 °C, -5.2 °C, -1.1 °C, 0 °C, 2 °C, 4.6 °C, 7 °C, 9 °C. Kolika je bila prosječna temperatura?

23. Matija je bio dužan Luki 27.50 kuna. Kad je Matija za džeparac od tate dobio 15 kuna, dao ih je Luki. Je li nakon toga još uvijek bio dužan Luki? Ako jest, koliko kuna? Nakon toga je Matija od bake dobio 25.50 kuna. Je li tada Luki mogao vratiti cijeli dug? Je li mu ostalo što novaca? Ako jest, koliko?

24. Trgovina je naručila 500 kutija čokolade. Jedna četvrtina te pošiljke je čokolada s jagodama, dvije desetine pošiljke je čokolada s jogurtom, jedna polovina pošiljke je čokolada s lješnjacima. Ostalo je mliječna čokolada bez dodataka. Koliko je kutija pojedine vrste čokolade naručila trgovina?

25. Maja je bila nepažljiva dok je pisala zadaću, pa je prolila sok po bilježnici. Pomozi joj ponovno napisati dijelove zadatka koji su prekriveni mrljama.



Primjerak oglednog testa

1. Izračunaj:

a) $2.5 - 8.6$;

b) $(-5) \cdot 3.5$.

2. Izračunaj:

$\frac{3}{7} - 2 \cdot 3.4$.

3. Usporedi:

a) $\frac{17}{4}$ i 4.23;

b) -2.56 i -3.

4. Nosivost kamiona je 15.5 t. U Našicama je utovarilo 6.75 t, u Požegi 5.9 t, a u Koprivnici 1.5 t. Koliko se još tereta može utovariti na kamion, a da se ne prijede njegova nosivost?

5. Poredaj gradove prema izmjerenim temperaturama tako da počneš od najhladnijeg grada.

Atena 20.4 °C, Berlin 1 °C, Moskva -19.4 °C, Oslo -17.4 °C, Pariz -2.8 °C, Prag 4.4 °C, Rim 16.5 °C. Kolika je razlika u temperaturi između najtoplijeg i najhladnijeg grada?

6. Izračunaj:

a) $-4 - 4 : (-4) - 4 \cdot (-4)$;

b) $-1 : (-1) - 1 \cdot (-1) =$

c) $5.2 + (-5.3) : 5.3 - 5.2 =$

7. Jedan radnik za 3 sata obradi 34.2 m³ drva, a drugi za 5 sati obradi 60.5 m³ drva. Koliku količinu drva svaki od njih obradi za 1 sat? Koji od

njih radi brže? Koliku količinu drva bi obradili za 2.5 sati zajedno?

8. U jednu kutiju stane 25 boca soka. Kolika je masa jedne boce, ako je ukupna masa kutije 12.5 kg, masa soka u boci $\frac{3}{10}$ kg i masa prazne kutije 2.5kg?

9. Izračunaj:


$$4.9 - 5 - \left[\frac{3}{4} : (-4) + 2 \cdot \left(-6 - 4.5 + \frac{1}{20} \right) \right]$$

10. Izračunaj stanje računa za posljednji datum u tablici:

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			215.23
izvod	12.09.	-4.50	
plaća	13.09.	3288.24	
ček	24.09.	-2540.42	
račun	30.09.	-26.23	
izvod	01.10.	-13.50	
plaća	23.10.	4257.24	
ček	24.10.	-5322.99	
račun	30.10.	-551.03	

Igre

1. Igra kartama

(Karte s racionalnim brojevima su na )

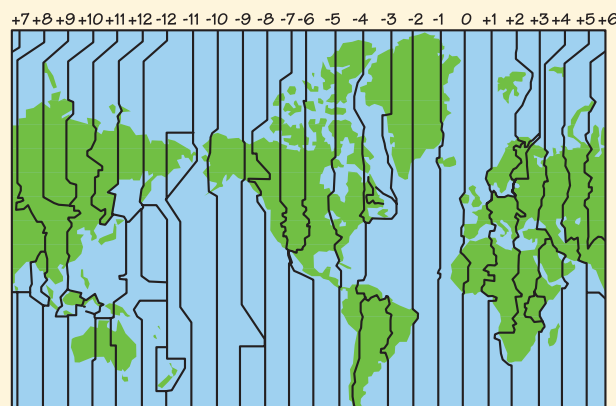
Moguće inačice igre:

- Trebaju se spojiti parovi karata čiji zbroj je 1;
- Trebaju se spojiti parovi karata čiji zbroj je 0;
- Vuku se karte pobjeđuje veća/manja;
- Vuku se dvije karte – njih treba zbrojiti ili oduzeti ili podijeliti ili pomnožiti.

2. Vremenske zone

Za igru je potreban atlas svijeta.

Moguće inačice igre



– U Londonu je 12:45 sati. koliko je u Zagrebu, Parizu, Moskvi, Torontu...

– Let iz Halifaxa do Moskve traje 9 sati. Avion je krenuo iz Halifaxa u 6:30. U koliko će sati sletjeti u Moskvu?

– Poruka elektroničke pošte poslana je iz Londona u New York u 10:15 sati. Zbog

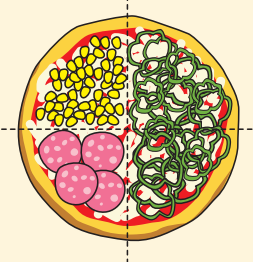
problema na Internetu stigla je nakon dva sata. Koliko je tada bilo sati u New Yorku?

3. Pizza majstor

Na raspolaganju je pet vrsta dodataka za pizzu: gljive, šunka, masline, ananas, kukuruz i paprika. Učenici se slože u parove – jedan naručuje pizzu, a drugi je treba nacrtati. Na slici vidite primjer pizze s dodacima:

$\frac{1}{2}$ pizze s paprikom, $\frac{1}{4}$ pizze s

šunkom i $\frac{1}{4}$ pizze s kukuruzom.



4. Igra s pločicama domina

Podijelite nasumice pločice domina među učenicima. Pločicu domina uspravite i smatrajte je razlomkom.

Inačice igre:

- Pobjeđuje najveći razlomak.
- Pobjeđuje najmanji razlomak.
- Pobjeđuje razlomak koji je najbliže broju jedan.
- Dobivene pločice treba zbrojiti, oduzeti, pomnožiti i podijeliti – svaki točan rezultat nosi bod.
- Slaganje domina uz pravilo da se uz pločicu može prisloniti samo manja/veća od nje.

5. Tombola

Potrebne su karte s racionalnim brojevima. Svaki učenik izvlači jednu kartu.

Prvu nagradu dobiva najveći od izvučenih brojeva. Tko je sretni dobitnik?

5. Linearne jednadžbe

Važni pojmovi

linearna jednadžba
oblika

$$ax + b = 0$$

nepoznanica

rješenje jednadžbe

jednakovaljane
jednadžbe

složen broj

relativno prosti
brojevi

najveći zajednički
djelitelj

najmanji zajednički
višekratnik

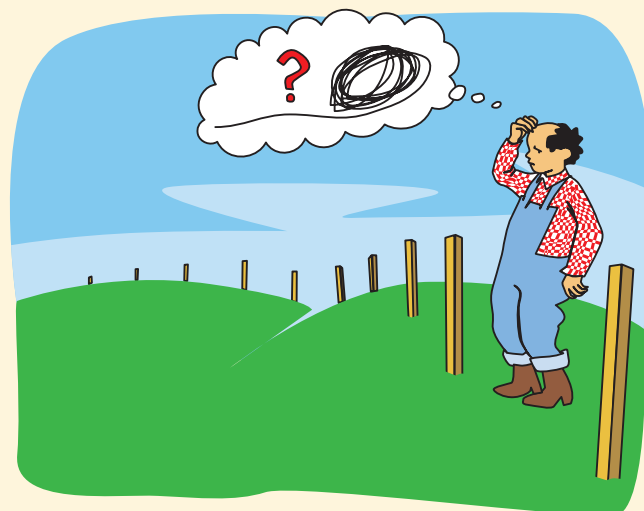
Stari Babilonci, Grci i Arapi prikazivali su jednadžbe geometrijski. Egipćani su imali i poseban naziv za jednadžbe. Tek u 18. stoljeću postalo je uobičajeno koristiti današnje oznake: $<$, $>$, \geq , \leq te slova x , y i z za označavanje nepoznanica.

Dio matematike koji se bavi izrazima koji sadrže brojeve, nepoznanice i računске operacije naziva se Algebra.

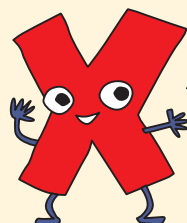
Zašto nam trebaju jednadžbe?

Da bismo znali:

- koliko žice treba tati za novu ogradu
- kako izračunati cijenu stana, sličica, sladoleda ili auta



- hoće li nam džeparac biti dovoljan za sve troškove
- izračunati koliko godina ima baka, ako je dvostruko starija od tate
- rješavati magične zadatke



DOBAR DAN
JA SAM
NEPOZNANICA



Kratki zadaci za ponavljanje

1. Koji broj je za 5 veći od 10?
2. Koji broj je 5 puta veći od 10?
3. Koji broj je za 5 manji od 10?
4. Koji broj je 5 puta manji od 10?
5. Majina mlađa sestra je visoka 0.75 m. Koliko je visoka Maja, ako je dvostruko viša od sestree?
6. Temperatura je ujutro bila 11 °C. Do podneva je porasla za 7 °C. Kolika je temperatura bila u podne?
7. Temperatura je navečer bila 2 °C. Do jutra je pala za 10°. Kolika je bila temperatura ujutro?
8. Maja je u posudu ulila 750 ml mlijeka. Za kolač joj je potrebno pola te količine. Koliko mlijeka treba staviti u kolač?

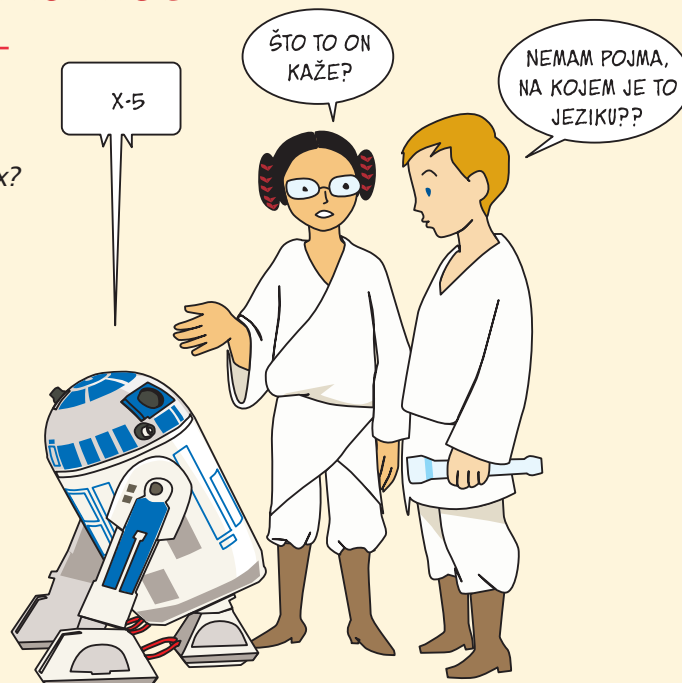
9. Koji broj je 1.5 puta veći od broja 7?
10. Zamisli jedan broj. Dodaj mu 10. Udvostruči rezultat. Od toga oduzmi dvostruku vrijednost zamišljenog broja. Sigurno si dobio 20. Magija? Ili samo matematika?



5.1. Upoznajmo nepoznanice

Razgovor s robotom

Razumiješ li ti što robot govori? Što označava x ?



Primjer 1. Prijevodi

Pogledaj tablicu s prijevodima rečenica na hrvatskom u matematičke izraze.

rečenica	matematički izraz
Nekom broju x dodaj 2	$x + 2$
Od broja y oduzmi 4	$y - 4$
Umnožak broja 3 i nekog broja z	$3 \cdot z$ ili $3z$

Važno

U matematičkim izrazima nepoznate brojeve označavamo slovima, primjerice x , y , z . Te nepoznate brojeve nazivamo **nepoznanice**.

Pri prevođenju rečenica u matematičke izraze važno je uočiti riječ koja određuje računsku operaciju. Evo najčešćih primjera:

riječi	računska operacija
dodaj, uvećaj za	zbrajanje (+)
oduzmi, umanji za	oduzimanje (-)
pomnoži s, uvećaj nekoliko puta, n-kratnik	množenje (\cdot)
podijeli s, umanji nekoliko puta	djeljenje ($:$)

Zadaci

- Napiši matematički izraz za zadane rečenice.
 - Neki broj x oduzmemo od 11.
 - Broj z povećamo za 12.
 - Broj 8 povećamo y puta.
 - Broj 10 podijelimo s a .
- Poveži rečenicu s odgovarajućim matematičkim izrazom:

a) 5 puta više od nekog broja	1) $x - 5$;
b) neki broj umanjen za 5	2) $x + 5$;
c) 5 puta manje od nekog broja	3) $x \cdot 5$;
d) neki broj uvećan za 5	4) $x : 5$.

Umnožak broja i nepoznanice često pišemo bez znaka množenja. Tako umjesto

$5 \cdot x$ je
 $5x$

Primjer 2.

Zamijeni nepoznanicu brojem

U matematičkim izrazima umjesto nepoznanice možemo uvrstiti bilo koji broj, te tako dobiven izraz izračunati.

Ako je $x = 3$, koliko je $x + 5$?

Ako je $y = 7$, koliko je $8 \times y$?

Ako je $z = 2.5$, koliko je $z : 5$?

Ako je $v = 3.6$, koliko je $10v$?

Rješenje:

Ako je $x = 3$, tada je $x + 5 = 3 + 5 = 8$.

Ako je $y = 7$, tada je $8 \cdot y = 8 \cdot 7 = 56$.

Ako je $z = 2.5$, tada je $z : 5 = 2.5 : 5 = 0.5$.

Ako je $v = 3.6$, tada je $10v = 10 \cdot 3.6 = 36$.



Zadaci

7. Dopuni.

- a) Ako je $r = 3$, tada je $12 - r = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
 b) Ako je $x = 9$, tada je $7 + x = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
 c) Ako je $y = 3$, tada je $48 : y = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
 d) Ako je $z = 12$, tada je $4z = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
 e) Ako je $x = 6$, tada je $x - 6 = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
 f) Ako je $r = 3.9$, tada je $3r = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$.

8. Izračunaj vrijednost izraza za zadani broj (prvi redak je riješen).

zadana nepoznatica	izraz	vrijednost izraza
$x = 7$	$20 + x$	$20 + 7 = 27$
$y = 4$	$y - 6$	
$z = 12$	$z : 3$	
$x = 4.5$	$8x$	

9. Izračunaj vrijednost izraza za zadani broj.

- a) Ako je $r = 3$, koliko je $25 - r$?
 b) Ako je $x = 9.5$, koliko je $11.5 + x$?
 c) Ako je $y = 3.4$, koliko je $24.48 : y$?
 d) Ako je $z = 11.2$, koliko je $10z$?

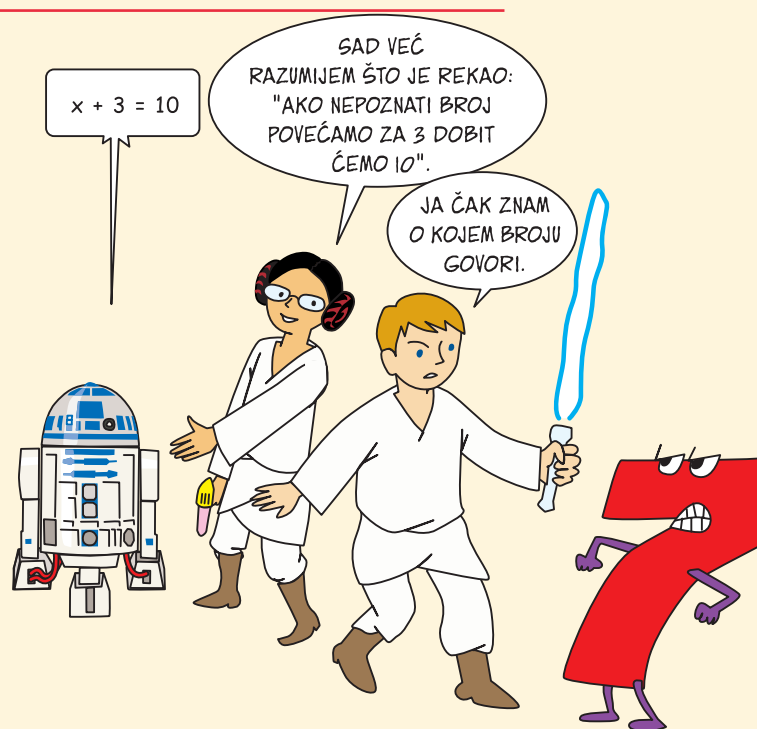
10. Mlađa sestra je Maji obrisala dio zadatka. Dopiši dio koji nedostaje. U nekim slučajevima moguće je više točnih rješenja.

zadana nepoznatica	izraz	vrijednost izraza
$x = 5$	$11x$	
$y = 4$		12
$z =$	$z - 14$	6
$x = 4.5$		0

5.2. Linearne jednađbe s jednom nepoznanicom

Razgovor s robotom

Znaš li ti koji je nepoznati broj o kojem robot govori?



Primjer 1. Linearna jednadžba

Nakon kupovine cipela Maji je ostalo 250 kn. Koliko novaca je Maja imala prije kupovine ako je cipele platila 174 kn?

Rješenje:

Ovaj primjer možemo lako riješiti ako ga zapišemo pomoću matematičkih oznaka. Nepoznatu svotu novaca, koju je Maja imala, označimo s x . Zadatak tada možemo zapisati ovako: $x - 174 = 250$.

Takav matematički zapis nazivamo **jednadžba**.

Vrijednost nepoznanice x ćemo dobiti tako da zbrojimo potrošeni i preostali iznos novca.

$$x = 174 + 250 = 424.$$

Maja je prije kupovine imala 424 kn.

Linearna
jednadžba
 $ax + b = 0$

U matematici postoji mnogo vrsta različitih jednadžbi, no mi ćemo u ovoj cjelini učiti samo o jednoj vrsti – o linearnim jednadžbama s jednom nepoznicom.

Primjer 2. Prijevodi

Naučili smo kako rečenice zapisati u obliku matematičkih izraza. Sad trebamo rečenice zapisati u obliku jednadžbi. Rečenice koje u sebi skrivaju jednadžbe prepoznajemo po riječima kao što su: je, jednako je, dobit ćemo, postaje.

Rješenje:

Pogledajmo nekoliko primjera u tablici:

rečenica	jednadžba
Neki broj podijeljen s dva daje 13.	$x : 2 = 3$
Trokratnik nekog broja je 42.	$3 \cdot x = 42$
Zbroj nekog broja i broja 5 je 7.	$x + 5 = 7$
Ako broj petnaest umanjimo za neki broj, dobit ćemo šest.	$15 - x = 6$

Zadaci

- Napiši jednadžbu za zadane rečenice.
 - Ako neki broj x oduzmemo od 11 dobit ćemo 7.
 - Broj z povećan za 12 je 25.
 - Broj 8 povećan y puta postaje 40.
 - Broj 100 podijeljen s a jednako je 25.
 - Dvokratnik broja x je 150.
- Napiši rečenicu za zadanu jednadžbu.
 - $5x = 60$; b) $45 + y = 100$;
 - $z : 2 = 2.5$; d) $x - 4 = -9$.
- Poveži rečenicu s odgovarajućom jednadžbom:

a) 4 puta više od nekog broja jednako je 40.	1) $x - 4 = 40$;
b) Neki broj umanjen za 4 daje 40.	2) $x + 4 = 40$;
c) 4 puta manje od nekog broja je 40.	3) $x \cdot 4 = 40$;
d) Neki broj uvećan za 4 postaje 40.	4) $x : 4 = 40$.

Primjer 3. Složeniji prijevodi

Rečenicu "Dvokratnik nekog broja uvećan za pet je 105" zapisujemo ovako:

$$2 \cdot x + 5 = 105.$$

Pogledajmo još neke primjere u tablici.

rečenica	jednadžba
Uvećamo li neki broj x za 5, dobit ćemo broj koji je četiri puta veći od početnog broja.	$x + 5 = 4x$
Pomnožiš li neki broj brojem -6 , dobit ćeš isti rezultat kao da si od tog broja oduzeo 5.	$x \cdot (-6) = x - 5$
Ako broj 10 umanjimo za dvokratnik nekog broja dobit ćemo 0.	$10 - 2x = 0$
Pribrojiš li sedmerokratniku nekog broja broj 5, dobit ćeš 100.	$7x + 5 = 100$

Zadaci

4. Napiši jednađbu za zadane rećenice.

- Ako dvokratnik nekog broja x oduzmemo od 211 dobit ćemo 71.
- Peterokratnik broja z povećan za 2 je 27.
- Broj y povećan 8 puta jednak je zbroju tog broja y i broja 40.
- Pribrojiš li dvokratniku broja x broj 200 dobit ćeš 160.

5. Poveži rećenicu s odgovarajućom jednađbom.

- | | |
|---|-------------------------|
| a) 6 puta više od trokratnika nekog broja jednako je 180. | 1) $3x - 6 = 180$; |
| b) Trokratnik nekog broja umanjen za 6 daje 180. | 2) $3x + 6 = 180$; |
| c) 6 puta manje od trokratnika nekog broja je 180. | 3) $3x \cdot 6 = 180$; |
| d) Trokratnik nekog broja uvećan za 6 postaje 180. | 4) $3x : 6 = 180$. |

Primjer 4.

Broj je rješenje jednađbe

Je li rješenje jednađbe $2 \cdot x = 14$ broj 7?

Rješenje:

Točnost rješenja provjeravamo tako da u jednađbu umjesto x uvrstimo broj 7.

Je rješenje

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ 2 \cdot x &= 14 \\ 2 \cdot 7 &= 14 \\ 14 &= 14. \end{aligned}$$

Dobili smo točnu, istinitu jednakost, pa zaključujemo da broj 7 jest rješenje te jednađbe.



Primjer 5.

Broj nije rješenje jednađbe

Je li broj 5 rješenje jednađbe $25 - y = 17$?

Rješenje:

Točnost rješenja provjeravamo tako da u jednađbu umjesto y uvrstimo broj 5.

Nije rješenje

$$\begin{aligned} y &= 5 \\ 25 - y &= 17 \\ 25 - 5 &= 17 \\ 20 &= 17. \end{aligned}$$

Dobili smo netočnu, neistinitu jednakost, pa zaključujemo da broj 5 nije rješenje te jednađbe.

Pokušaj pogoditi koji broj jest rješenje te jednađbe.

Važno

Neki broj je rješenje jednađbe, ako se pri uvrštavanju tog broja umjesto nepoznanice u jednađbu dobije istinita jednakost.

Zadaci

6. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe.

- a) $x = 5$, $2x = 10$;
- b) $y = 7$, $y + 4 = 15$;
- c) $z = -3$, $10 + z = 7$;
- d) $x = 3$, $2x - 6 = 0$;
- e) $y = 4$, $-3y - 6 = 1$;
- f) $z = 101$, $500 - 3z = 201$.

7. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe

- a) $x = 2.5$, $5x + 7.5 = 15$;

b) $y = -4.4$, $12.4 + y = 8$;

c) $z = -3.2$, $-3z + 7 = 16.6$;

d) $x = 1.7$, $15 - 6x = 27$.

8. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe

a) $x = \frac{1}{2}$, $3x - \frac{3}{2} = 0$; b) $y = \frac{3}{4}$, $12 - 4y = 9$;

c) $z = \frac{7}{3}$, $\frac{4}{5} - z = \frac{2}{3}$; d) $x = \frac{11}{5}$, $x : \frac{22}{5} = \frac{1}{2}$.

Primjer 6. Provjeri rješenje

Je li broj 3.7 rješenje jednadžbe

$$25y - 11 = 17 + y$$

Rješenje:

Provjeravamo tako da u jednadžbu umjesto y uvrstimo broj 3.7, i to za svako pojavljivanje nepoznanice u jednadžbi.

$$y = 3.7$$

$$25y - 11 = 17 + y$$

$$25 \cdot 3.7 - 11 = 17 + 3.7$$

$$92.5 - 11 = 20.7$$

$$81.5 = 20.7$$

Dobili smo netočnu, neistinitu jednakost, pa zaključujemo da broj 3.7 nije rješenje te jednadžbe.

Zadaci



Pazi – umjesto svakog slova moraš uvrstiti zadani broj!

9. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe

a) $x = 5$, $2x + 12 = 10 - x$;

b) $y = 7$, $y + 4 = 18 - y$;

c) $z = -3$, $10 + z = 7 + 4z$;

d) $x = 3$, $2x - 6 + x = 10 - 5x$;

e) $y = 4$, $-3y - 6 = -10 - 2y$;

f) $z = 100$, $500 - 3z = 150 + z : 2$;

g) $x = \frac{5}{2}$, $4x - 1 = x + \frac{13}{2}$.

10. Učiteljica je zadala jednadžbu: $4y - 2 = y + \frac{3}{2}$

Luka kaže da je rješenje 5, Matija kaže da je

rješenje $\frac{12}{5}$ a, Maja kaže da je rješenje $\frac{7}{6}$.

Tko od njih je u pravu?

11. Luka rješava zadatak za zadaću:

$$2z + 12 = 3z - 17.$$
 Cijela obitelj mu se pridružila.

Mama kaže da je rješenje 30, tata kaže da je

rješenje $\frac{3}{4}$, Beni kaže da je rješenje $\frac{1234}{5678}$,

sestra kaže da je rješenje 29, a Luka kaže da je

rješenje 3.6. Tko je u pravu?

12. Spoji parove jednadžbe i njenog rješenja.

Jednadžba	Rješenje
$x : 2.5 = 100$	0
$5x - 14 = -69$	250
$250.15 - 3y = 2y$	-11
$100 - 4z = 300$	50.03
$11 + 2x + 5x = 7x + 11$	-50

13. Provjeri je li broj 5 rješenje ovih jednadžbi:

a) $2x - 10 = 0$;

b) $15 + x = 20$;

c) $x + 5 = 2x$;

d) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 1$;

e) $\frac{2}{5}x + 4 = \frac{3}{5}x + 3$.

Vježbalica

- Napiši matematički izraz za zadane rečenice.
 - Neki broj y oduzmemo od 14.
 - Broj a povećamo za 18.
 - Broj 3 povećamo x puta.
 - Broj 16 podijelimo s b .
- Napiši matematički izraz za zadane rečenice.
 - Neki broj a oduzmemo od 21.
 - Broj x povećamo za 8.
 - Broj 19 povećamo r puta.
 - Broj 20 podijelimo s d .
- Izračunaj vrijednost izraza za zadani broj.
 - Ako je $r = -7$, koliko je $28 - r$?
 - Ako je $x = -\frac{3}{4}$, koliko je $-\frac{5}{6} + x$?
 - Ako je $y = 0.25$, koliko je $\frac{4}{5} : y$?
 - Ako je $z = -1.2$, koliko je $10z$?
- Izračunaj vrijednost izraza za zadani broj.
 - Ako je $r = -2.6$, koliko je $4 - r$?
 - Ako je $x = -9$, koliko je $11.5 - x$?
 - Ako je $y = -\frac{2}{3}$, koliko je $\frac{5}{6} : y$?
 - Ako je $z = \frac{5}{8}$, koliko je $-\frac{4}{3}z$?
- Izračunaj vrijednost izraza za zadani broj.
 - Ako je $r = -2$, koliko je $4.3 - r$?
 - Ako je $x = -\frac{1}{2}$, koliko je $\frac{3}{4} - x$?
 - Ako je $y = -2.8$, koliko je $0.7 : y$?
 - Ako je $z = -1\frac{1}{2}$, koliko je $-1\frac{2}{3}z$?
- Napiši jednačbu za zadane rečenice.
 - Ako neki broj x oduzmemo od -11 dobit ćemo 7.
 - Broj z povećan za $\frac{4}{5}$ je $\frac{2}{15}$.
 - Broj -8 povećan y puta postaje 40.
 - Broj 1.4 podijeljen s a jednako je -25 .
- Napiši jednačbu za zadane rečenice.
 - Ako neki broj x oduzmemo od $\frac{5}{2}$ dobit ćemo $-1\frac{3}{4}$.
 - Broj z povećan za -1.2 je 2.5.
 - Broj -0.8 povećan y puta postaje -400 .
 - Broj $1\frac{5}{6}$ podijeljen s a jednako je 25.
- Provjeri je li zadani broj rješenje jednačbe.
 - $x = -5$, $2x = -10$;
 - $y = 7$, $2y - 4 = 10$;
 - $z = -3$, $10 - z = 13$;
 - $x = 3$, $2x - 6 = 10$;
 - $y = -\frac{1}{2}$, $-3y - 6 = -4$;
 - $z = -1$, $5 - 3z = 2$.
- Provjeri je li zadani broj rješenje jednačbe
 - $x = \frac{2}{5}$, $x + \frac{4}{5} = 1.2$;
 - $y = -4$, $12.4 - y = \frac{82}{5}$;
 - $z = -3.2$, $-z - 7 = 10.2$;
 - $x = \frac{2}{3}$, $15 - 6x = 11$.
- Provjeri je li zadani broj rješenje jednačbe
 - $x = -\frac{1}{3}$, $3x - 1 = 0$;
 - $y = \frac{3}{4}$, $1 - 4y = -2$;
 - $z = -\frac{7}{3}$, $\frac{1}{6} - z = 2.5$;
 - $x = -\frac{11}{5}$, $x : \frac{22}{5} = \frac{1}{2}$.
- Provjeri je li zadani broj rješenje jednačbe
 - $x = -5.3$, $-2x + 1.2 = 6.5 - x$;
 - $y = -7$, $y + 4 = 10 - y$;
 - $x = -\frac{4}{3}$, $-x - 1 = \frac{1}{3}$;
 - $y = -0.125$, $-1 - 6y = -2 + 2y$;
 - $z = -1\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{6}z = 1$;
 - $x = -\frac{11}{5}$, $-x + \frac{22}{15} = -\frac{5}{3}x$.

5.3. Rješavanje jednadžbi sa zbrajanjem i oduzimanjem



Pogađanje rješenja

Pokušaj pogoditi rješenje jednadžbe. Provjeri jesi li dobro pogodio.

- a) $x + 25 = 30$;
- b) $5x - 4 = -4$;
- c) $50 - 2x = -44.6$.

Za većinu jednadžbi trebalo bi nam puno vremena da pogodimo točno rješenje, no zato postoje postupci kojima jednadžbe možemo jednostavno i brzo riješiti.

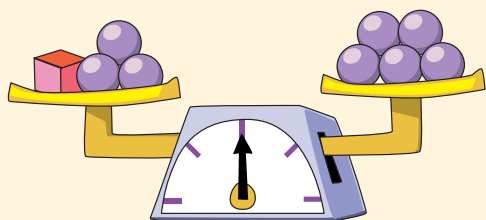
Primjer 1. Vaganje kocke

Svaku jednadžbu možemo zamisliti kao vagu u ravnoteži. To znači da su lijeva i desna strana "jednako teške".

Pogledajmo sliku. Želimo odrediti koliko kuglica ima masu jednaku masi jedne kocke. Što bismo mogli napraviti, a da pritom ne poremetimo ravnotežu vage?



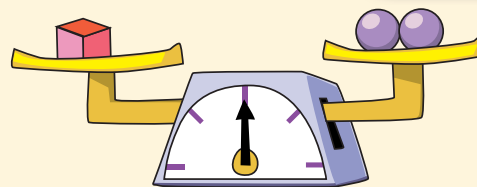
Masa je veličina koja je povezana s težinom, iako se ne radi o istim veličinama. Primjerice, kad kažemo „Ana je teška 50 kg“, točno bi zapravo bilo reći da Ana ima masu 50 kg. U fizici ćete više naučiti o masi i težini.



Rješenje:

Da ne bismo poremetili ravnotežu vage, moramo jednak postupak napraviti na obje strane vage. Da bi na lijevoj strani vage ostala samo kocka moramo ukloniti tri kuglice. Radi ravnoteže tada moramo ukloniti jednak broj istih kuglica i na desnoj strani vage.

Vaga mora ostati u ravnoteži

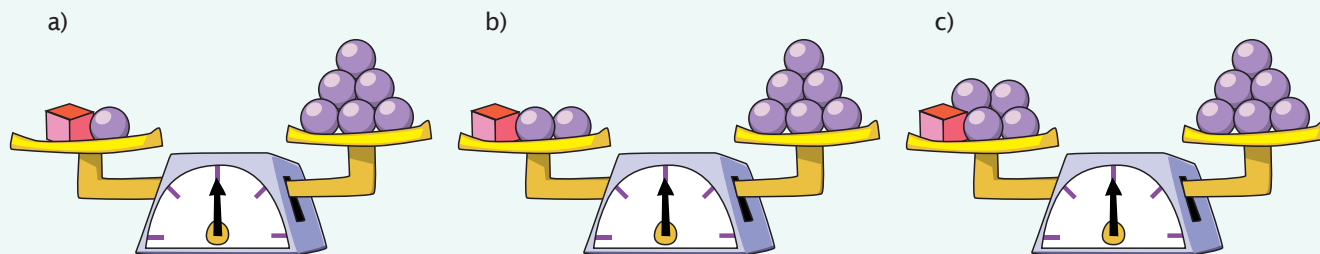


Vidimo da je na lijevoj strani ostala jedna kocka, a na desnoj dvije kuglice. Dakle, jedna kocka ima masu jednaku masi dviju kuglica.

Oduzimanjem jednakog broja kuglica na obje strane vage ne mijenjamo ravnotežu vage.

Zadaci

1. Koliko kuglica ima masu jednaku masi kocke?



Primjer 2. Oduzimanje s obje strane jednađbe

$$\begin{array}{c} \text{znak} \\ \text{jednakosti} \\ \text{Lijeva strana} \quad \text{—} \quad | \quad \text{—} \quad \text{Desna strana} \\ \text{jednađbe} \quad \quad \quad \text{—} \quad \text{jednađbe} \\ x + 3 = 5 \end{array}$$

Pogledajmo još jednom zadatak na slici u primjeru 1. Označimo li nepoznatu masu jedne kocke s x , zadatak možemo zapisati u obliku jednađbe $x + 3 = 5$. Koji broj je rješenje te jednađbe?

Rješenje:

Da bismo riješili tu jednađbu, postupit ćemo kao i kod vage. Uklanjanje kuglica s vage je isto što i oduzimanje jednakog broja na obje strane jednađbe. Na vagi smo uklonili po tri kuglice na svakoj strani, a u jednađbi ćemo

oduzeti broj 3 na obje strane.

$$x + 3 - 3 = 5 - 3$$

$$x + 0 = 2$$

$x = 2$. Rješenje jednađbe je broj 2.

Provjerimo:

$$x + 3 = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

$5 = 5$. Rješenje je točno.

Dakle, jednađba će ostati u ravnoteži ako joj na obje strane oduzmemo jednak broj.

Ako se na obje strane jednađbe oduzme jednak broj rješenje jednađbe se ne mijenja. Kažemo da su te **jednađbe jednakovaljane ili ekvivalentne**.

Važno

Jednađba se ne mijenja, ako joj na njene obje strane oduzmemo jednak broj.

Zadaci

2. Sličice iz zadatka 1 zapiši u obliku jednađbe i riješi.

3. Riješi jednađbe tako da na obje strane oduzmeš jednak broj.

- a) $x + 12 = 25$; b) $y + 11 = 111$; c) $z + 8 = -24$;
 d) $17 + x = -11$; e) $x + 52 = 52$; f) $43 + y = 1$;
 g) $z + 18 = -30$; h) $16 + x = -2$.

4. Riješi jednađbe tako da na obje strane oduzmeš jednak broj.

- a) $x + 2.5 = 10$; b) $y + 3.3 = -4.7$;
 c) $5.3 + z = 11.7$; d) $11.23 + x = -25$;

e) $x + 3.7 = -2.6$; f) $4.91 + y = 5$;

g) $z + 0.4 = -0.4$; h) $5.6 + x = -2.63$.

5. Riješi jednađbe tako da na obje strane oduzmeš jednak broj.

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; b) $y + \frac{3}{4} = \frac{19}{4}$; c) $\frac{11}{7} + x = 3$;

d) $\frac{3}{5} + z = -6$; e) $x + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$; f) $y + \frac{13}{15} = \frac{19}{15}$;

g) $\frac{1}{9} + x = -5$; h) $\frac{6}{13} + z = 0$.

Primjer 3. Dodavanje na obje strane jednačbe

Koji broj je rješenje jednačbe $x - 12 = -3$?

Rješenje:

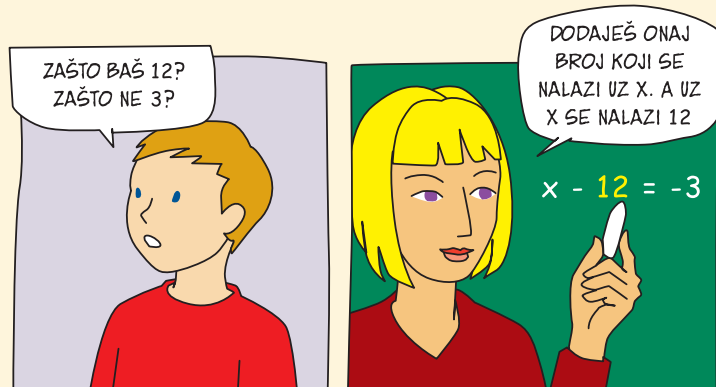
Ravnotežu vage nećemo poremetiti ako na obje strane dodamo jednak broj istih kuglica. Primijenimo li to na jednačbe.

Važno

Dodamo li na obje strane jednačbe jednak broj, dobit ćemo jednakovaljanu jednačbu.

Da bismo riješili jednačbu $x - 12 = -3$, dodat ćemo broj 12 na obje strane jednačbe.

$$\begin{aligned} x - 12 &= -3 \\ x - 12 + 12 &= -3 + 12 \\ x + 0 &= 9 \\ x &= 9. \text{ Rješenje jednačbe je broj 9.} \end{aligned}$$



Provjera

$$\begin{aligned} x - 12 &= -3 \\ 9 - 12 &= -3 \\ -3 &= -3. \text{ Rješenje je tačno.} \end{aligned}$$

Zadaci

6. Riješi jednačbe tako da na obje strane dodaš jednak broj.
 a) $x - 2 = 25$; b) $y - 11 = 22$; c) $z - 8 = -24$;
 d) $x - 15 = -10$; e) $-12 + x = -12$; f) $y - 55 = 35$;
 g) $-90 + z = -100$; h) $-5 + x = 0$.
7. Riješi jednačbe tako da na obje strane dodaš jednak broj.
 a) $x - 2.5 = 10$; b) $y - 3.3 = -4.7$;
 c) $-5.3 + z = 11.7$; d) $-11.23 + x = -25$;
 e) $y - 0.9 = -0.9$; f) $-15.31 + z = 20$;

g) $-3.9 + x = -11.41$; h) $x - 0.11 = 0.11$.

8. Riješi jednačbe tako da na obje strane dodaš jednak broj.

a) $x - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; b) $y - \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$; c) $-\frac{11}{7} + x = -4$;
 d) $-\frac{7}{5} + z = -6$; e) $x - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$; f) $y - \frac{5}{14} = \frac{23}{14}$;
 g) $-\frac{3}{17} + x = -17$; h) $-\frac{1}{3} + z = -5$

Primjer 4. Prebacivanje na desnu stranu

Koji broj je rješenje jednačbe

- a) $x + 3 = 5$;
 b) $x - 12 = -3$?

Rješenje:

Pogledajmo još jednom jednačbe koje smo rješavali u primjerima 2 i 3.

- a) U jednačbi $x + 3 = 5$ oduzimali smo 3 na

obje strane. Kako znamo da je zbroj suprotnih brojeva +3 i -3 jednak 0, mogli smo tu jednačbu zapisati i drugačije.

$$\begin{aligned} x + 3 &= 5 \\ x &= 5 - 3. \end{aligned}$$

Broj 3 smo prebacili s lijeve strane jednačbe na desnu.

Ako broj promijeni stranu, mora promijeniti i predznak.

$$\begin{aligned} x + 3 &= 5 \\ x + 3 &= 5 \\ &\quad -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 5 - 3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Pritom je broj 3 promijenio predznak.

$$x = 2.$$

b) U jednažbi $x - 12 = -3$ dodavali smo 12 na obje strane. Mogli smo to zapisati i ovako:

$$x - 12 = -3$$

$x = -3 + 12$. Broj -12 smo prebacili s lijeve strane jednažbe na desnu. Pritom je broj -12 promijenio predznak.

$$x = 9.$$

Pojednostavljajući postupak rješavanja jednažbe prebacujemo poznate brojeve na desnu stranu jednažbe.

Važno

Pribojnik koji prebacujemo na drugu stranu jednažbe mijenja predznak u suprotni.

$$\begin{array}{l} x - 12 = -3 \\ x - 12 = -3 \\ \qquad \qquad \qquad +12 \\ \hline x = -3 + 12 \\ x = 9 \end{array}$$

Primjer 5. Poznanice na desnu stranu jednakosti

Koji broj je rješenje jednažbe $25 + x - 7 = 45 - 3$?

Rješenje:

Jednažbu $25 + x - 7 = 45 - 3$ riješit ćemo tako da sve poznate brojeve tj. poznanice prebacimo na desnu stranu.

U toj jednažbi nepoznanica je x , a poznanice su: 25 , -7 , 45 i -3 .

$$25 + x - 7 = 45 - 3.$$

Prebacujemo brojeve 25 i -7 na desnu stranu jednažbe. Pritom im moramo promijeniti

predznak. Na lijevoj strani jednažbe ostaje samo nepoznanica x .

Brojeve 45 i -3 , koji već jesu na desnoj strani, samo prepisemo.

$$x = 45 - 3 - 25 + 7$$

Izračunamo desnu stranu.

$$x = 24.$$

Provjerimo rješenje:

$$25 + x - 7 = 45 - 3$$

$$25 + 24 - 7 = 45 - 3$$

$$42 = 42.$$

Rješenje je točno.

Zadaci

9. Riješi jednažbe tako da sve poznate brojeve prebaciš na desnu stranu jednažbe.

a) $x + 12 - 3 = 48$;

b) $212 + y = 200 + 50$;

c) $27 + z = 170 + 3$;

d) $43 + x - 5 = 100 - 2$;

e) $y - 83 = 200 - 25$;

f) $z - 75 + 14 = 100 + 56$;

g) $-73 + x - 51 = 11 + 25$;

h) $y - 8 + 6 = 33 - 2$.

10. Riješi jednažbe tako da sve poznate brojeve prebaciš na desnu stranu jednažbe.

a) $x + 1.2 - 3.6 = 4.8$;

b) $21.2 + y = 10.2 + 5$;

c) $7.5 + z = 17 + 3.9$;

d) $4.3 + x - 5.9 = 1 - 2.9$;

e) $y - 83.49 = 200 - 25.33$;

f) $z - 75.11 + 1.4 = 100.01 + 56$;

g) $-11.2 + x - 5.1 = -9 + 11.2$;

h) $y - 8.6 + 6.1 = -22.5 - 2.23$.



Primjer 6. Problem s pravokutnikom

Pravokutnik je 8 cm dulji nego širi. Ako je dugačak 17 cm, koliko je onda širok?

Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.

2. Odredi pitanje.

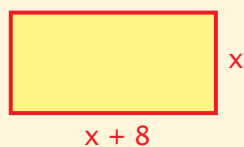
Nepoznata je širina pravokutnika, pa nju označimo s x .

x – širina pravokutnika

3. Odredi koji podaci su zadani.

Duljina pravokutnika je za 8 cm veća od širine, to zapisujemo s $x + 8$. Zadano je da je duljina 17 cm.

$x + 8$ – duljina pravokutnika



4. Napiši jednadžbu

$$x + 8 = 17.$$

5. Riješi jednadžbu

$$x = 17 - 8$$

$$x = 9 \text{ cm.}$$

6. Provjeri rezultat

$$x + 8 = 17$$

$$9 + 8 = 17$$

$17 = 17$. Rješenje je točno, širina je za 8 manja od duljine.

7. Napiši odgovor riječima.

Širina pravokutnika je 9 cm.

Važno

Kako riješiti problemske zadatke pomoću jednadžbe?

1. Pročitaj problemski zadatak
2. Odredi pitanje
3. Odredi koji podaci su zadani
4. Napiši jednadžbu
5. Riješi jednadžbu
6. Provjeri rezultat
7. Napiši odgovor riječima.

Zadaci

Riješi problemske zadatke slijedeći upute u primjeru 6.

11. Pravokutnik je 27 cm dulji nego širi. Ako je dugačak 45 cm, koliko je širok?

12. Marija je na testu imala 94 boda, što je 8 bodova više od Ane. Koliko bodova je imala Ana?

13. Na poslu zajedno rade muškarci i žene. Muškaraca ima 17, a žena za 5 više. Koliko žena radi na tom poslu?

14. Vožnja od kuće do škole trajala je 48 minuta. Povratak je trajao 19 minuta dulje. Koliko je trajao povratak kući?

15. Temperatura se snizila za 7°C od podneva. Sadašnja temperatura je 11°C . Kolika je bila temperatura u podne?

16. Nakon što je prodao 324 bilježnice, prodavaču je ostalo još 126 bilježnica. Koliko bilježnica je imao na početku?

17. Marko je prodao svoju nogometnu loptu za 51.50 kn. To je 12.50 kn manje od cijene koju je Marko platio za novu loptu. Kolika je bila cijena nove lopte?

18. Širina pravokutnika je 37 cm kraća od njegove duljine. Širina je 75 cm. Kolika je duljina pravokutnika?

5.4. Rješavanje jednađbi s množenjem i dijeljenjem

Pogađanje rješenja

Pokušaj pogoditi rješenje jednađbe. Provjeri jesi li dobro pogodio.

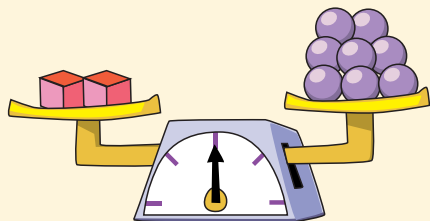
a) $x \cdot 25 = 50$;

b) $5y = -41.25$;

c) $12.75z = -39.81825$.

Primjer 1. Vaganje kocaka

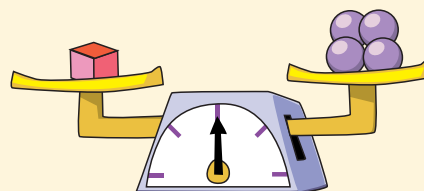
Pogledajmo sliku s vagom. Želimo odrediti koliko kuglica ima masu jednaku masi jedne kocke. Što bismo mogli napraviti, a da pritom ne poremetimo ravnotežu vage?



dvostruko veću nego jedna kocka. Stoga osam kuglica imaju dvostruko veću masu od jedne kocke.

Vaga mora ostati u ravnoteži

Na obje strane vage možemo masu **prepoloviti**, tj. broj kocaka i kuglica podijeliti s dva.



Rješenje:

U ovom primjeru ne možemo uklanjati kuglice s obje strane, jer ih na lijevoj nema.

Na lijevoj strani su dvije kocke, a na desnoj osam kuglica. Dvije kocke imaju masu

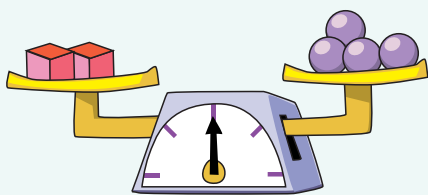
Jedna kocka ima masu jednaku masi 4 kuglice.

Dijeljenjem s istim brojem na obje strane vage ne mijenjamo ravnotežu vage.

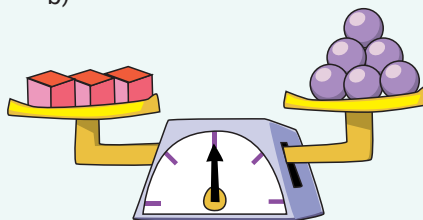
Zadaci

1. Koliko kuglica ima masu jednaku masi kocke?

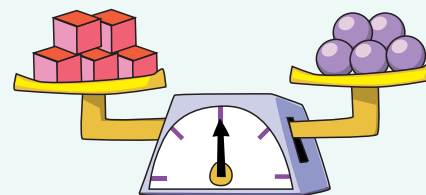
a)



b)



c)



Primjer 2. Dijeljenje cijele jednačbe

Pogledajmo još jednom zadatak na slici u primjeru 1. Označimo li nepoznatu masu jedne kocke s x , zadatak možemo zapisati u obliku jednačbe $2 \cdot x = 8$.
Koji broj je rješenje te jednačbe?

Rješenje:

Pri rješavanju te jednačbe postupit ćemo kao i kod vage – obje strane jednačbe podijelit ćemo s dva.

$$\frac{2 \cdot x}{2} = \frac{8}{2} \quad \frac{\cancel{2} \cdot x}{\cancel{2}_1} = \frac{8^4}{\cancel{2}_1}$$

Nakon dijeljenja (skraćivanja), na lijevoj strani

ostaje samo x , a na desnoj je rezultat 4.
 $x = 4$. Rješenje jednačbe je broj 4.

Provjerimo:

$$2 \cdot x = 8$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

$$8 = 8. \text{ Rješenje je točno.}$$

Dakle, jednačba će ostati u ravnoteži, ako joj obje strane podijelimo istim brojem.

Ako obje strane jednačbe podijelimo istim brojem, rješenje jednačbe se ne mijenja.

Kažemo da su te jednačbe jednakovaljane.

Važno

Rješenje jednačbe se ne mijenja, ako joj obje strane podijelimo istim brojem.

Zadaci

- Sličice iz zadatka 1 zapiši u obliku jednačbe i riješi.
- Riješi jednačbe tako da obje strane podijeliš istim brojem.

$2 \cdot x$ se
kraće piše $2x$

- a) $x \cdot 12 = 24$; b) $11 \cdot y = 121$;
c) $8z = -24$; d) $x \cdot (-2) = 12$;
e) $x \cdot 3 = -27$; f) $-10 \cdot y = -500$;
g) $5z = -25$; h) $x \cdot (-7) = -49$.

- Riješi jednačbe tako da obje strane podijeliš istim brojem.
a) $3.3y = -16.5$; b) $5.4x = 37.8$; c) $11.2z = 0$;
d) $4.4x = 4.4$; e) $x \cdot 3.1 = -0.31$; f) $-1 \cdot y = -5.7$;
g) $5z = -2.5$; h) $x \cdot (-7) = -0.7$.

Dijeljenje možemo zapisati pomoću razlomačke crte ili pomoću znaka dijeljenja.



Primjer 3. Dijeljenje jednačbe brojem

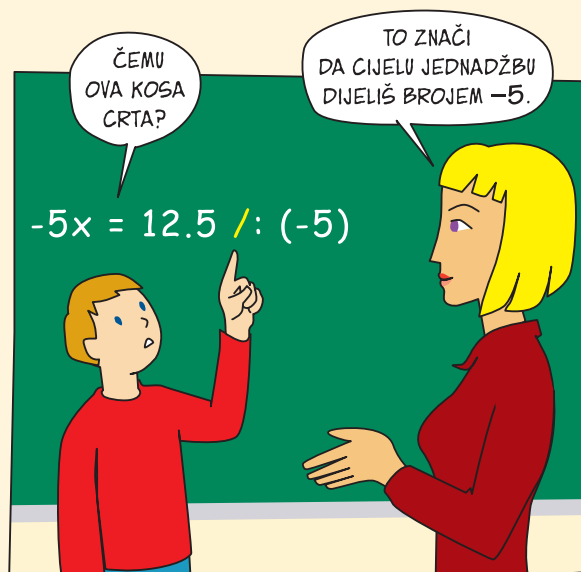
Koji broj je rješenje jednačbe $-5x = 12.5$?

Rješenje:

Postupak rješavanja jednačbe dijeljenjem obično pojednostavljujemo tako da naznačimo s kojim brojem ćemo dijeliti. Uvijek dijelimo s onim brojem koji množi nepoznicu.

$$\begin{aligned} -5x &= 12.5 \quad /: (-5) \\ x &= 12.5 : (-5) \\ x &= -2.5 \end{aligned}$$

$$-5x = 12.5 \quad /: (-5)$$



Na lijevoj strani jednačbe tada ostaje samo nepoznanica, a na desnoj dijelimo.

$$x = 12.5 : (-5)$$

$$x = -2.5$$

Ako se pri dijeljenju u količniku dobiva beskonačni decimalni broj, uobičajeno je količnik zapisati u obliku razlomka.

Zadaci

5. Riješi jednačbe.

a) $9x = 45$; b) $-3y = 12$; c) $6z = -84$;

d) $x \cdot (-25) = -75$; e) $7x = -21$; f) $5y = 150$;

g) $10z = -100$; h) $x \cdot (-12) = -36$.

6. Riješi jednačbe.

a) $y \cdot 4 = 16.8$; b) $3.5 \cdot x = 14.35$;

c) $y \cdot (-6) = -10$; d) $13z = -90$; e) $7x = -10.01$;

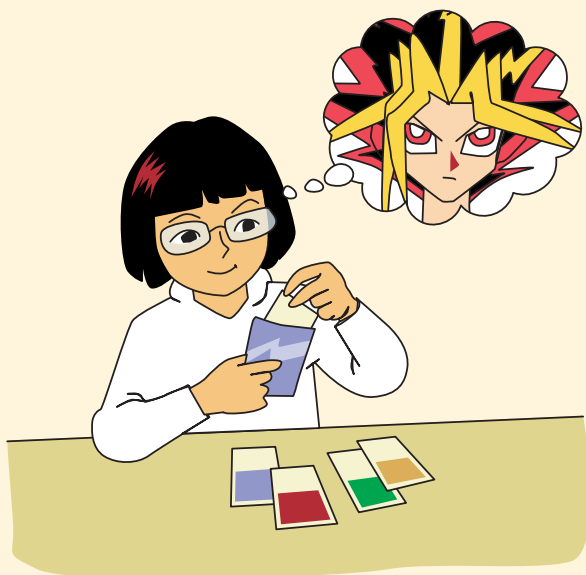
f) $-5y = 37.5$; g) $100z = -124$; h) $x \cdot (-1.2) = -7.2$.

7. Riješi jednačbe.

a) $y \cdot (-4) = -44.4$; b) $3.5 \cdot x = 7$; c) $-11y = -12$;

d) $-13z = 32.5$; e) $7x = -3$; f) $-5y = 1$;

Primjer 4. Problem sa sličicama



Maja je kupila nekoliko paketića sličica, po 9 kn svaki. Ukupno je platila 36 kn. Koliko paketića sličica je kupila?

Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.

2. Odredi pitanje.

Nepoznat je broj paketića, pa njega označimo s x .

x - broj paketića sličica

3. Odredi koji podaci su zadani.

Cijena jednog paketića je 9 kn. Maja je ukupno platila 36 kn.

$9 \cdot x$ - cijena x paketića sličica

4. Napiši jednačbu.

$$9 \cdot x = 36$$

5. Riješi jednačbu.

$$x = 36 : 9$$

$$x = 4$$

6. Provjeri rezultat.

$$9 \cdot x = 36$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$36 = 36. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Maja je kupila 4 paketa sličica.

Zadaci

Riješi problemske zadatke slijedeći upute u primjeru 4.

8. Vlak prevali 70 km za jedan sat. Koliko traje putovanje od 630 km?

9. Za tri kilograma jabuka treba platiti 23.40 kn.

Kolika je cijena jednog kilograma jabuka?

10. Za osam sladoleda treba platiti 36 kn. Kolika je cijena jednog sladoleda?

11. Na polici ima 54 cm slobodnog prostora za knjige. Koliko knjiga je moguće staviti na policu, ako za svaku knjigu treba 4.5 cm prostora?

Primjer 5.

Množenje jednačbe brojem

Koji broj je rješenje jednačbe $\frac{x}{3} = 7$?

Rješenje:

Ravnotežu vage nećemo poremetiti ako na obje strane broj kocaka i kuglica udvostručimo, utrostručimo, ... Primijenimo to i na jednačbe.

Važno

Pomnožimo li obje strane jednačbe istim brojem – dobit ćemo jednakovaljanu jednačbu.

Da bismo riješili jednačbu $\frac{x}{3} = 7$, pomnožit ćemo obje strane jednačbe s 3.

$$\frac{x}{3} = 7$$

$$\frac{x}{3} \cdot 3 = 7 \cdot 3$$

$$\frac{x}{\cancel{3}^1} \cdot \cancel{3}^1 = 7 \cdot 3$$

$x = 21$. Rješenje jednačbe je broj 21.

Provjera

$$\frac{x}{3} = 7$$

$$\frac{21}{3} = 7$$

Rješenje je tačno. $7 = 7$

Primjer 6.

Koji broj je rješenje jednačbe $\frac{x}{5} = 11$?

Rješenje:

$$\frac{x}{5} = 11 \quad / \cdot 5$$

$$x = 11 \cdot 5$$

$$x = 55$$

$$y : (-3.5) = 10 \quad / \cdot (-3.5)$$

$$y = 10 \cdot (-3.5)$$

$$y = -35$$

Postupak rješavanja jednačbe množenjem obično pojednostavljujemo tako da naznačimo kojim brojem ćemo pomnožiti.

Uvijek množimo onim brojem koji dijeli nepoznanicu.

Rješenje

$$\frac{x}{5} = 11 \quad / \cdot 5$$

Na lijevoj strani jednačbe ostaje samo nepoznanica, a na desnoj množimo.

$$x = 11 \cdot 5$$

$$x = 55.$$

Zadaci

12. Riješi jednačbe tako da pomnožiš s brojem koji dijeli nepoznanicu.

a) $\frac{x}{8} = 7$; b) $\frac{y}{13} = 9$; c) $\frac{y}{28} = 23$;

d) $\frac{x}{11} = 13$; e) $\frac{x}{3} = -4$; f) $\frac{y}{-5} = -2$;

g) $\frac{y}{2} = -11$; h) $\frac{x}{-11} = -3$.

13. Riješi jednačbe tako da pomnožiš s brojem koji dijeli nepoznanicu.

a) $x : 2.5 = 10$; b) $y : 5 = 3.5$;

c) $z : 11.1 = 3.3$; d) $x : 1.4 = 100$;

e) $x : 2 = -11$; f) $y : 7 = 0.5$;

g) $z : 1.9 = 4.1$; h) $x : 100 = -0.0005$.

14. Riješi jednačbe tako da pomnožiš s brojem koji dijeli nepoznanicu.

a) $x : (-5) = 25$; b) $y : (-6) = -30$;

c) $z : (-1.2) = 0$; d) $x : 3.6 = -2.5$;

e) $x : 0.2 = -10$; f) $y : 7.3 = 5.5$;

g) $z : 1 = 9.1$; h) $x : 0.02 = -0.005$.



Primjer 7. Problem s bodovima

Luka ima 36 bodova, što je $\frac{1}{4}$ bodova potrebnih da pobijedi u igri. Koliko mu je bodova potrebno za pobjedu?

Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.

2. Odredi pitanje.

Nepoznat je broj bodova potrebnih za pobjedu, pa njega označimo s x .

x – broj bodova potrebnih za pobjedu.

3. Odredi koji podaci su zadani.

Luka ima 36 bodova, što je $\frac{1}{4}$ bodova potrebnih da pobijedi u igri.

$\frac{1}{4}x$, tj. $\frac{x}{4}$ – broj Lukinih bodova.

4. Napiši jednačbu.

$$\frac{x}{4} = 36.$$

5. Riješi jednačbu.

$$\frac{x}{4} = 36 \quad / \cdot 4$$

$$x = 36 \cdot 4$$

$$x = 144.$$

6. Provjeri rezultat.

$$\frac{x}{4} = 36$$

$$\frac{144}{4} = 36$$

$36 = 36$. Rješenje je točno.

7. Napiši odgovor riječima.

Luki je potrebno 144 bodova za pobjedu.

Zadaci

Riješi problemske zadatke slijedeći upute u primjeru 7.

15. Lucija ima 48 bodova, što je $\frac{1}{3}$ bodova potrebnih da pobijedi u igri. Koliko joj je bodova potrebno za pobjedu?
16. Tri učenika su bolesna. To je $\frac{1}{6}$ cijelog razreda. Koliko ima učenika u tom razredu?
17. Majin tata je vozio 120 km i zatim napravio stanku za ručak. Dotada je prešao $\frac{1}{3}$ ukupne duljine puta. Kolika je ukupna duljina puta?
18. Marko je riješio 12 zadataka. To je $\frac{1}{5}$ cijele zadaće iz matematike. Koliko ukupno zadataka mora Marko riješiti?
19. Popis s osvojenim brojem bodova je poderan i nedostaju neki brojevi. Pomozi voditelju popuniti popis prema dostupnim informacijama.

- a) Luka ima tri puta više bodova nego Ana. Koliko bodova ima Ana?
- b) Broj Lukinih bodova je $\frac{1}{3}$ Markovih bodova. Koliko bodova ima Marko?
- c) Broj Lukinih bodova je za 27 manji od broja Lucijinih bodova. Koliko bodova ima Lucija?
- d) Broj Lukinih bodova je za 27 veći od broja Majinih bodova. Koliko bodova ima Maja?

Nagrada igra	
Ime	Broj bodova
LUKA	48
ANA	
MARKO	
LUCIJA	
MAJA	

Vježbalica

1. Riješi jednačbe:

- a) $x + 32 = 45$;
- b) $y + 16 = 11$;
- c) $1.5 + z = -4$;
- d) $5 + x = -11$.

2. Riješi jednačbe:

- a) $x + \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$;
- b) $y + \frac{13}{6} = \frac{19}{4}$;
- c) $1\frac{1}{7} + x = 3$;
- d) $4\frac{3}{5} + z = -6.2$.

3. Riješi jednačbe:

- a) $x - 37 = 25$;
- b) $-1.1 + y = 0.22$;
- c) $z - 23 = -4$;
- d) $-15 + x = -10$.

4. Riješi jednačbe:

- a) $x - \frac{1}{3} = \frac{7}{2}$;
- b) $y - 3\frac{5}{8} = -\frac{11}{4}$;
- c) $-1\frac{1}{7} + x = -4.5$;
- d) $-2\frac{3}{4} + z = 6.2$.

5. Riješi jednačbe:

- a) $x + 28 - 13 = 20$;
- b) $21.2 + y = 20.3 + 5.04$;
- c) $-\frac{15}{8} + z = -\frac{11}{4} + \frac{1}{2}$;
- d) $4.3 + x - \frac{2}{3} = \frac{1}{6} - 2$.

6. Riješi jednačbe:

- a) $3.4y = -17$;
- b) $-5x = \frac{3}{4}$;
- c) $25z = 0$;
- d) $-4x = -\frac{5}{6}$.

7. Riješi jednačbe:

- a) $\frac{x}{7} = -5$;
- b) $-\frac{y}{4} = 0$;
- c) $\frac{y}{10} = 2.3$;
- d) $-\frac{x}{15} = 1$.

8. Riješi jednačbe:

- a) $x : 2.3 = 11$;
- b) $y : (-5) = 3.5$;
- c) $z : \frac{3}{4} = -3$;
- d) $x : \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$.

9. Riješi jednačbe:

- a) $3.4 : x = 2$;
- b) $\frac{1}{2} : x = 5$;
- c) $-3 : x = -6$;
- d) $-\frac{1}{3} : x = \frac{5}{6}$.

10. Riješi jednačbe:

- a) $2.5 + x = -4.8$;
- b) $x - \frac{3}{5} = -1\frac{2}{7}$;
- c) $-1.2 + x - 4 = 2.6 - 6$;
- d) $\frac{2}{3}x = -1\frac{5}{6}$;
- e) $x : -2.1 = 5$;
- f) $-\frac{1}{2} : x = \frac{4}{5}$.

5.5. Rješavanje jednadžbi s više pribrojnika

Zbrajanje krugova

Izračunaj: $2\text{●} + 3\text{●} =$

$$10\text{■} - 3\text{■} =$$

Pri rješavanju jednadžbi često se pojavljuje više članova s nepoznicom. Te članove stavljamo na istu stranu jednadžbe i zbrajamo.

Prvo ćemo naučiti kako zbrojiti članove s nepoznicom.

Primjer 1. Zbrajanje članova s nepoznicom

Izlučivanje zajedničkog faktora

$$3\text{🍏} + 2\text{🍏} = 5\text{🍏}$$

$$3x + 2x = 5x$$

Koliko je
 $3x + 5x$?

Rješenje:

Pri zbrajanju izraza s nepoznicom možemo upotrijebiti zakon distribucije, tj. izlučiti zajednički faktor x .

$$3x + 5x = (3 + 5) \cdot x = 8x.$$

Brojeve koje smo dobili u zagradi smo zbrojili.

Na isti način izračunavamo i sljedeće izraze:

$$10y - 5y + 2y = (10 - 5 + 2) \cdot y = 7y;$$

$$-5z + 3z - 12z = (-5 + 3 - 12) \cdot z = -14z;$$

$$10.5x - 2x = (10.5 - 2) \cdot x = 8.5x.$$

Pazi! U zagradi moraš imati isti broj pribrojnika kao i na početku!



Primjer 2.

$$\text{🍏} + \text{🍏} = 2\text{🍏}$$

$$x + x = 2x$$

$$1 \cdot x = 1x = x$$

Koliko je $10x - 9x$?

Koliko je $y + y$?

Koliko je $5z - z$?

Rješenje:

$$10x - 9x = (10 - 9)x = 1x = x.$$

Izraz $1x$ kraće pišemo x .

$$y + y = 1y + 1y = (1 + 1)y = 2y;$$

$$5z - z = 5z - 1z = (5 - 1)z = 4z.$$

Ako vam je primjena distributivnosti lagana, smijete korak sa zagradom preskočiti. Primjerice, $5x - 3x = 2x$.



Zadaci

1. Izračunaj:

- a) $4x + 3x$; b) $5y + 2y$; c) $4z - 3z$;
d) $8x - 2x$; e) $9y - 2y + 3y$.

2. Izračunaj:

- a) $12.3z - 4.4z + 2z$; b) $10x - 4.6x + 9x$;
c) $14.5z - 11z - 5.2z$; d) $12.6y - 11.1y + 7y$.

3. Izračunaj:

- a) $z + z + z$; b) $x - x + x$;
c) $z - z - z - z$; d) $y - y + y - y$.

4. Izračunaj:

- a) $13.4z + 3z + z$; b) $x - 5.4x + 7x$;
c) $19.2z - 11.5z - z - z$; d) $8y - y + y - 16.9y$;
e) $\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}x$;
f) $-\frac{31}{5}x - \frac{11}{5}x + \frac{51}{5}x$;
g) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x + \frac{15}{2}x - x$;
h) $-\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}x + \frac{3}{4}x$.

Primjer 3. Zbrajanje članova s nepoznanicom u jednačbi

Koji broj je rješenje jednačbe $x + 5x = 18$?

Rješenje:

$$x + 5x = 18$$

Izlučujemo zajednički faktor x .

$$(1 + 5) \cdot x = 18$$

Računamo brojeve u zagradi.

$$6x = 18 \text{ } /:6$$

Dijelimo s brojem koji množi nepoznanicu.

$$x = 18 : 6$$

$x = 3$. Rješenje jednačbe je broj 3.

Provjera:

$$x + 5x = 18.$$

U jednačbu umjesto x uvrštavamo broj 3.

$$3 + 5 \cdot 3 = 18$$

$$3 + 15 = 18$$

$18 = 18$. Rješenje je točno.

Zadaci

5. Riješi jednačbe.

- a) $4x + x = 25$; b) $7y + y = 72$; c) $z + 6z = 49$;
d) $3x + 5x = 48$; e) $y + y = 44$;

f) $2z + 8z - 3z = 77$; g) $-3x + x - 5x = -91$;

h) $y - 11.3y + 2.5y = 23.4$.

Primjer 4. Prebacivanje pribrojnika u jednačbi

Koji broj je rješenje jednačbe $x + 6 = 18 - 5x$?

Rješenje:

Najprije moramo sve izraze s nepoznanicom prebaciti na lijevu stranu jednačbe, a sve bez nepoznanice na desnu stranu jednačbe.

Svaki pribrojnik koji prebacujemo mora promijeniti predznak. Pribrojnik koji se nalaze na odgovarajućoj strani jednačbe samo prepisemo.

$$x + 6 = 18 - 5x$$

Broj 6 moramo prebaciti na desnu stranu jednačbe, a izraz $-5x$ na lijevu.

$$x + 5x = 18 - 6$$

Zbrajamo izraze na lijevoj strani, a brojeve na desnoj strani oduzimamo.

$$6x = 12 \quad /:6$$

Dijelimo s brojem koji množi nepoznanicu.

$$x = 12 : 6$$

$x = 2$. Rješenje jednačbe je broj 2.

Provjera:

$$x + 6 = 18 - 5x$$

$$2 + 6 = 18 - 5 \cdot 2$$

$$8 = 18 - 10$$

$8 = 8$. Rješenje je tačno.



Primjer 5.

Koji broj je rješenje jednačbe

$$50 - 2.5y - 25 + y = 45 + y?$$

$$50 - 2.5y - 25 + y = 45 + y$$

Lijeva strana jednačbe

Desna strana jednačbe



Rješenje:

$$50 - 2.5y - 25 + y = 45 + y$$

Na lijevoj strani jednačbe prepisujemo $-2.5y$ i y , a prebacujemo s desne y .

Na desnoj strani jednačbe prepisujemo 45, a prebacujemo s lijeve 50 i -25 .

$$-2.5y + y - y = 45 - 50 + 25.$$

Izračunavamo lijevu i desnu stranu.

$$-2.5y = 20 \quad /: (-2.5)$$

Dijelimo s brojem koji množi nepoznanicu.

$$y = 20 : (-2.5)$$

$y = -8$. Rješenje je -8 .

Provjera:

$$50 - 2.5y - 25 + y = 45 + y$$

U jednačbu umjesto y uvrštavamo broj -8 .

$$50 - 2.5 \cdot (-8) - 25 + (-8) = 45 + (-8)$$

$$50 + 20 - 25 - 8 = 45 - 8$$

$37 = 37$. Rješenje je tačno.

Zadaci

6. Riješi jednačbe.

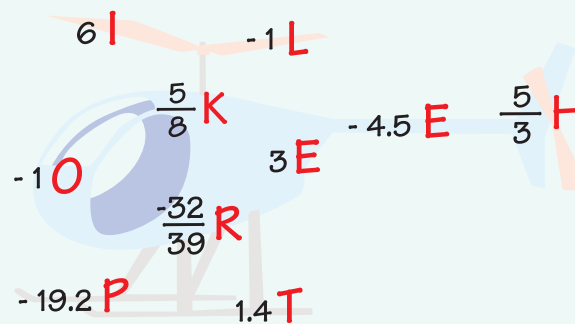
- a) $3x - 5x + x = 7 - 9$; b) $7y - 4 = 3y + 5$;
 c) $-5x - 4 = -7x + 9$; d) $2z + 18 = 12$;
 e) $-14 + 11y = -91$; f) $-2x - 6 - 3x = 5x + 4$;
 g) $4z + 35 = 15 - 6z$; h) $-40 + 10y = 15y - 50$.

7. Rješenja jednačbe daju riječ skrivenu na slici:

- a) $12x - 15 = 5$; b) $-15 + 16x = -87$;
 c) $y + 2 = 2y + 3$; d) $4z - 5 - 2z = z + 1$;
 e) $12z = 4z + 5$; f) $x - 6x - 1 = 2x + 5x + 11$;
 g) $2.5y = 4y + 28.8$;
 h) $10 - 30y - 150 = -200y + 20y + 70$;



- i) $21z - 27 - 13z + 6 = 23 - 15z - 2 + 9z$;
 j) $37x + 48 - 3x = 62 + 11x + 49 - 55x - 127$.



Primjer 6. Problem s godinama

Marko je dvostruko stariji od Lucije. Marko i Lucija zajedno imaju 24 godine. Koliko godina ima svatko od njih?

Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.**2. Odredi pitanje.**

Označimo s x Lucijine godine. Marko ima dvostruko više, dakle $2x$.

Lucijine godine x

Markove godine $2x$.

3. Odredi koji podaci su zadani.

Zajedno imaju 24 godine.

4. Napiši jednačbu.

$$x + 2x = 24$$

5. Riješi jednačbu.

$$x + 2x = 24$$

$$3x = 24 \quad /:3$$

$$x = 24 : 3$$

$$x = 8$$

– Lucijine godine

$$2x = 2 \cdot 8 = 16$$

– Markove godine.

6. Provjeri rezultat.

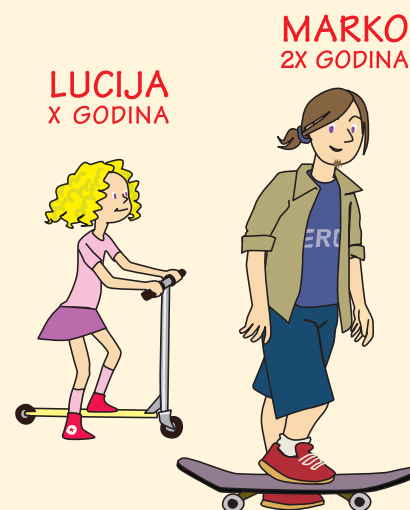
$$x + 2x = 24$$

$$8 + 2 \cdot 8 = 24$$

$$24 = 24. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Lucija ima 8 godina, a Marko ima 16 godina.

**Zadaci**

Riješi problemske zadatke slijedeći upute iz primjera 6.

8. U uredu radi 28 zaposlenika. Muškaraca ima tri puta više nego žena. Koliko žena radi u tom uredu? Koliko muškaraca radi u tom uredu?
9. Tijekom ljeta Luka je radio četiri puta više dana nego Ana. Oboje su ukupno radili 75 dana. Koliko dana je radio svatko od njih?

10. Cijeli kamion ima masu 4.2 t. Masa karoserije kamiona je šest puta veća od mase njegovog motora. Kolika je masa motora? Kolika je masa karoserije kamiona?
11. Majina mama je tri puta starija od Maje. Mama i Maja zajedno imaju 52 godine. Koliko godina ima svaka od njih?

Primjer 7. Problem s glasovanjem

U 6.a razredu ima 35 učenika. Svi su glasali za predsjednika razreda. Ana je dobila 5 glasova više nego Marko. Koliko glasova je dobila Ana, a koliko Marko?

Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.**2. Odredi pitanje.**

Označimo s x broj glasova koje je dobio Marko. Ana je dobila 5 glasova više, dakle $x + 5$.

Broj glasova za Marka x

Broj glasova za Anu $x + 5$

3. Odredi koji podaci su zadani.

Zajedno su dobili 35 glasova.

4. Napiši jednačbu.

$$x + x + 5 = 35$$

5. Riješi jednačbu.

$$x + x + 5 = 35$$

$$x + x = 35 - 5$$

$$2x = 30 \quad /:2$$

$$x = 30 : 2$$

$x = 15$ – Broj glasova za Marka

$x + 5 = 15 + 5 = 20$ – Broj glasova za Anu

6. Provjeri rezultat.

$$x + x + 5 = 35$$

$$15 + 15 + 5 = 35$$

$$35 = 35. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Marko je dobio 15 glasova, a Ana 20 glasova.

Zadaci

Riješi problemske zadatke slijedeći upute iz primjera 7.

12. Lucija je napravila 7 čestitki više nego Luka. Zajedno su napravili 55 čestitaka. Koliko je napravio svaki od njih?

13. Dva para cipela koštaju 580.98 kn. Jedan par košta 60.12 kn više nego drugi.



Koliko košta svaki par cipela?

14. Marko ima 16 kg više nego Ana. Zajedno su teški 104 kg. Koliko kilograma ima svaki od njih?

15. Lucija ima 12 knjiga više nego Ana. Zajedno imaju 150 knjiga. Koliko knjiga ima Ana, a koliko Lucija?

Primjer 8. Problem s daskama

Luka ima dvije daske, crvenu i zelenu, zbroj njihovih duljina je 16 dm. Crvena daska je za 1 dm dulja od dvostruke duljine zelene daske. Kolika je duljina zelene, a kolika crvene daske?

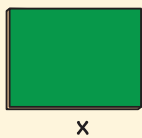
Rješenje:

Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.

2. Odredi pitanje.

Označimo s x duljinu zelene daske. Crvena daska je za 1 dm dulja od dvostruke duljine zelene daske, dakle $2x + 1$.
Duljina zelene daske x
Duljina crvene daske $2x + 1$.



$2x + 1$

3. Odredi koji podaci su zadani.

Zbroj njihovih duljina je 16 dm.

4. Napiši jednačbu

$$x + 2x + 1 = 16$$

5. Riješi jednačbu.

$$x + 2x + 1 = 16$$

$$x + 2x = 16 - 1$$

$$3x = 15 \quad /:3$$

$$x = 15 : 3$$

$$x = 5 - \text{duljina zelene daske}$$

$$2x + 1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

- duljina crvene daske.

6. Provjeri rezultat.

$$x + 2x + 1 = 16$$

$$5 + 2 \cdot 5 + 1 = 16$$

$$16 = 16. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Zelena daska je dugačka 5 dm, a crvena 11 dm.

Zadaci

Riješi problemske zadatke slijedeći upute iz primjera 8.

16. Luka i Marko su zajedno teški 170 kg. Markova težina je za 40 kg manja od dvostruke Lukine težine. Koliko je težak svaki dječak?

17. Lucija i Ana su zajedno uštedjele 432.50 kn. Ana je uštedjela 30.50 kn više od trostrukog

iznosa Lucijine uštedevine. Koliko je uštedjela svaka djevojčica?

18. Stolar je prerezao dasku koja je dugačka 10 m na dva dijela. Dulji komad je za 2 m dulji od trostruke duljine kraćeg komada. Koliko je dugačak svaki komad daske?

Vježbalica

1. Riješi jednačbe.

- a) $2x - x + 6x = 16 - 9x$;
- b) $17y - 4 = 13y + 5$;
- c) $4 - 5x - 5 = -7x + 3$;
- d) $2z + 18 = 12 - 4z + 10$;
- e) $8y - 11 + 11y = -91 - y$;
- f) $-12x - 16 - 13x = 15x + 14$;
- g) $-4z + 35 = 15 - 6z$;
- h) $-40 - 10y = 15y - 50$.

2. Riješi jednačbe.

- a) $3x - 5x + 9 = 7x - 9$;
- b) $7y - 4 = -3y + 5$;
- c) $-5x - 4 = -7x - 9 - 3x$;
- d) $-2z + 18 = -12$;
- e) $-1 + 11y = -9 + 12y$;
- f) $-2x - 6 - 3x = -5x + 4 - 8x$;
- g) $4z + 37 = 15 - 6z - z$;
- h) $-40 + 10y = 15y + 50 + 4y$.

3. Riješi jednačbe.

- a) $3.4x - 5.5x + x = 7.9 - 9$;
- b) $7.2y - 4.1 = 3.2y + 5.9 - y$;
- c) $-5x - 3.3 = -7x + 8.7 - 2x$;
- d) $2z + 1.8 = 1.2 - 3z$;
- e) $-1.4 + 1.1y = -9.1$;
- f) $-2x - 6.2 - 3x = 5.2x + 4$;
- g) $4z + 3.5 = 1.5 - 6z$;
- h) $-4.1 + 1.4y = 1.5y - 5.2$.

4. Riješi jednačbe.

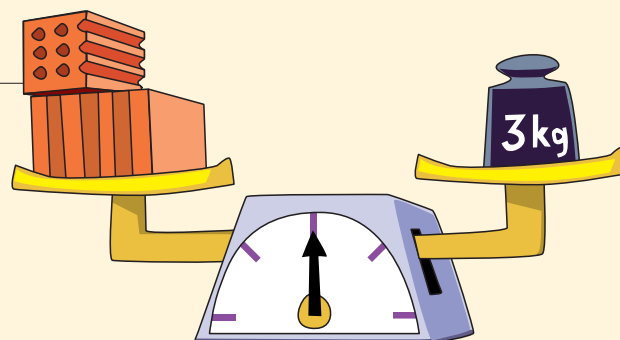
- a) $-5.7x + x - 0.1 = 7.2 - 9 - 3x$;
- b) $y - 4.1 = 3y + 5.6 - y$;
- c) $-5x - 4 + 5 + 2x = -7x + 9 - 3x - x$;
- d) $2z + 18 - 3z + 11 + 4z = 12 + 9z - 15 + 4z$;
- e) $-14 + 11y + 10y - 35y + 41 = -91 + 45 - 31y + 32 - 3y$;
- f) $-2x - 6 - 3x + 5x + 8x - x + 7 = 5x + 4 + 3x - 2x - 5$;
- g) $4z + 3 - 5z + 8z - 4 - 5 + 3z = 1 - 6z + 4 - 7z + z$;
- h) $-4 + 1y - 4 + 5y - 12 + 8y = 15y - 5 + y - 7 + 5y - 1$.

5.6. Rješavanje jednačbi s razlomcima i zagradama

Vaganje opeka

Jedna opeka i još pola opeke teške su 3 kg.

Koliko je teška jedna opeka?



Primjer 1. Jednačba s razlomcima

Koji broj je rješenje jednačbe $\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = \frac{2}{3}x + 6$?

Rješenje:

Pri rješavanju te jednačbe mogli bismo postupiti kao i prije – prebaciti nepoznate pribrojnice na lijevu, a poznate na desnu stranu jednačbe, pa dalje računati. U ovom slučaju zgodnije je pomnožiti jednačbu zajedničkim višekratnikom nazivnika koji se u njoj pojavljuju. Tako ćemo jednačbu “osloboditi” od razlomaka, pa će nam biti jednostavnije računati.

Najmanji zajednički višekratnik zadanih nazivnika je $V(4, 2, 3) = 12$. Svaki pribrojnik u jednačbi množimo s 12.



Pomnoži s najmanjim zajedničkim nazivnikom.

$$\frac{1}{4}x \cdot 12 - \frac{3}{2} \cdot 12 = \frac{2}{3}x \cdot 12 + 6 \cdot 12$$

Svaki nazivnik je djeljitelj broja 12, pa svaki nazivnik možemo skratiti.

$$\frac{1}{4_1}x \cdot 12^3 - \frac{3}{2_1} \cdot 12^6 = \frac{2}{3_1}x \cdot 12^4 + 6 \cdot 12$$

$$1x \cdot 3 - 3 \cdot 6 = 2x \cdot 4 + 6 \cdot 12$$

$$3x - 18 = 8x + 72$$

$$3x - 8x = 72 + 18$$

$$-5x = 90 \quad /:(-5)$$

$$x = 90 : (-5)$$

$$x = -18.$$

Provjera:

$$\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = \frac{2}{3}x + 6$$

$$\frac{1}{4} \cdot (-18) - \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \cdot (-18) + 6$$

$$-\frac{9}{2} - \frac{3}{2} = -12 + 6$$

$$-\frac{12}{2} = -6$$

$$-6 = -6.$$

Rješenje je točno.

Važno

Ako se u jednačbi pojavljuju razlomci, sve članove jednačbe pomnožimo s najmanjim zajedničkim nazivnikom.

Zadaci

1. Riješi jednačbe tako da najprije pomnožiš s najmanjim zajedničkim višekratnikom nazivnika.

a) $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{3}{2}$; b) $4 - \frac{4}{3}y = 2y$;

c) $-\frac{1}{10} - \frac{4}{5}y = 2$; d) $\frac{2}{5}x = -2x + \frac{1}{4}$.

2. Riješi jednačbe tako da najprije pomnožiš s najmanjim zajedničkim višekratnikom nazivnika.

a) $\frac{1}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$; b) $\frac{4}{3}y + 4 = 2y - \frac{2}{5}y$;

c) $-\frac{1}{10} - y + \frac{4}{5}y = 2 + \frac{1}{2}y$;

d) $-3 + \frac{3}{5}x - \frac{7}{4}x = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}x$.

3. Riješi jednačbe:

a) $\frac{3}{4}x = -\frac{7}{3}$; b) $-8x + 2 = \frac{1}{3}$; c) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = 5$;

d) $\frac{-6}{7}x + 3x = 1$; e) $3x - \frac{8}{3}x = 4$.

4. Riješi jednačbe. Decimalne i mješovite brojeve najprije zapiši u obliku razlomka.

a) $1 - \frac{3}{4}x = -0.5$; b) $-0.3x + 1 = -1\frac{2}{3}$;

c) $\frac{x}{6} - \frac{1}{2} - 2.5 = 1 - \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$;

d) $2x - \frac{x}{3} + \frac{1}{15} = 0.1$; e) $x - \frac{2}{3} + \frac{x}{3} = \frac{x}{2} + 1$.

Primjer 2. Jednačba sa zagradama

Koji broj je rješenje jednačbe
 $5(2x-7) - (6-3x) = 44 + (5x-12)$?

Rješenje:

Pri rješavanju te jednačbe najprije se moramo "osloboditi" zagrada. Pogledaj na podsjetnik da se prisjetiš kako se radi sa zagradama.



Podsjetnik za zgrade
 Ako je ispred zgrade +, zgradu samo maknemo.
 Ako je ispred zgrade -, svim članovima unutar zgrade moramo promijeniti predznak.
 Zgradu množimo nekim brojem tako da svaki član unutar zgrade pomnožimo tim brojem.

$5(2x-7) - (6-3x) = 44 + (5x - 12)$.
 Sve članove unutar prve zgrade množimo s 5.
 Članovima unutar druge zgrade mijenjamo

predznake, a članove treće zgrade samo prepisemo.

$10x - 35 - 6 + 3x = 44 + 5x - 12$
 Prebacimo članove s nepoznicom na lijevu stranu jednačbe, a ostale na desnu.

$10x + 3x - 5x = 44 - 12 + 35 + 6$
 Zbrojimo članove na lijevoj, pa na desnoj strani jednačbe.

$8x = 73 \quad / : 8$
 Dijelimo s brojem koji množi nepoznicu.

$$x = \frac{73}{8} = 9.125.$$

Provjera:
 $5(2 \cdot 9.125 - 7) - (6 - 3 \cdot 9.125) =$
 $= 44 + (5 \cdot 9.125 - 12)$
 $5(18.25 - 7) - (6 - 27.375) =$
 $= 44 + (45.625 - 12)$
 $5 \cdot 11.25 - (-21.375) = 44 + 33.625$
 $56.25 + 21.375 = 77.625$
 $77.625 = 77.625$. Rješenje je točno.

Zadaci

5. Riješi jednačbe tako da najprije ukloniš zgrade.
- $2x - 57 - (3x - 60) - (4x - 37) = 0$;
 - $5(2 - 3x) + 3(5x - 2) - 7(4 - x) = 0$;
 - $2x + (11 - 4x) - (5 + 2x) = 6 - 4x$;
 - $3x - 2(4 + x) = -2x - 5(7 - 3x)$.

6. Riješi jednačbe.
- $12(0.22 - x) = -1.44$;
 - $1.1 - (5x + 5.5) = 11.1$;
 - $-1.2(0.3 + x) = -3.6$;
 - $1.2 - (0.8 + x) = -3.6$.

Primjer 3. Razlomci u jednačbi

Koji broj je rješenje jednačbe

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+5}{3} = 1?$$

Rješenje:

Da bismo se „oslobodili“ razlomaka cijelu jednačbu pomnožit ćemo s najmanjim zajedničkim višekratnikom nazivnika $V(2, 3) = 6$.

$$\frac{x-1}{2} \cdot 6 - \frac{x+5}{3} \cdot 6 = 1 \cdot 6$$

Svaki nazivnik je djelitelj broja 6 pa svaki od njih možemo skratiti. Nakon skraćivanja dobivamo ovu jednačbu (pripazite na minus ispred razlomka!):

$$3 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (x + 5) = 6$$

Pomnožimo članove zgrade s pripadnim brojem.

$$3x - 3 - 2x - 10 = 6$$

Prebacimo članove s nepoznaticom na lijevu stranu jednačbe, a ostale na desnu.

$$3x - 2x = 6 + 3 + 10$$

Zbrojimo i oduzmemo članove na lijevoj pa na desnoj strani jednačbe.

$$x = 19.$$

Provjera:

$$\frac{19-1}{2} - \frac{19+5}{3} = 1 \quad \frac{18}{2} - \frac{24}{3} = 1$$

$$9 - 8 = 1$$

$$1 = 1.$$

Rješenje je tačno.

Zadaci

7. Riješi jednačbe:

$$a) \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 31$$

$$b) \frac{x-1}{6} - \frac{2x+5}{15} = 1$$

$$c) \frac{6-3x}{5} - \frac{x-2}{7} = 0$$

$$d) \frac{3x}{7} - \frac{7}{3} = -2 + \frac{x}{7}$$

$$e) \frac{1+3x}{2} - 3 = \frac{x+3}{4}$$

8. Riješi jednačbe:

$$a) \frac{9+2x}{3} - \frac{x+5}{2} = 1 - \frac{-x+1}{4}$$

$$b) \frac{3x}{14} - 1 = \frac{2x}{7} - \frac{1}{7}$$

$$c) \frac{5x+6}{4} - \frac{4x-2}{2} - \frac{2x-5}{3} = \frac{3-6x}{3}$$

$$d) \frac{2x-3}{8} - \frac{4x-7}{18} = \frac{1}{6}$$

$$e) \frac{13+x}{4} + \frac{10}{2} = -\frac{11-2x}{5}$$

Primjer 4. Jednačba sa zagradama i razlomcima

Koji broj je rješenje jednačbe

$$\frac{x-1}{3} - \left(\frac{2x+3}{6} - \frac{x+2}{12} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x+2}{9} \right)?$$

Rješenje:

Pri rješavanju te jednačbe najprije je moramo "osloboditi" zagrada, a zatim i razlomaka.

Svim članovima unutar prve zagrade mijenjamo predznak, a članove unutar druge zagrade množimo s 2.

$$\frac{x-1}{3} - \left(\frac{2x+3}{6} - \frac{x+2}{12} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x+2}{9} \right)$$

$$\frac{x-1}{3} - \frac{2x+3}{6} + \frac{x+2}{12} = 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{x+2}{9}$$

Izračunamo umnoške na desnoj strani jednačbe.

$$\frac{x-1}{3} - \frac{2x+3}{6} + \frac{x+2}{12} = 1 - \frac{2x+4}{9}$$

Da bismo jednačbu "oslobodili" od razlomaka množimo sve članove jednačbe sa zajedničkim nazivnikom, tj. sa 36.

$$36 \cdot \frac{x-1}{3} - 36 \cdot \frac{2x+3}{6} + 36 \cdot \frac{x+2}{12} = 36 \cdot 1 - 36 \cdot \frac{2x+4}{9}$$

Skratimo nazivnike, a sve brojnike napišemo u zagradama, da ne bismo stavili krive predznake pri množenju.

$$12 \cdot (x-1) - 6 \cdot (2x+3) + 3 \cdot (x+2) = 36 - 4 \cdot (2x+4)$$

Sada množimo vodeći računa o predznacima.

$$12x - 12 - 12x - 18 + 3x + 6 = 36 - 8x - 16$$

Poništimo i zbrojimo što možemo.

$$3x - 24 = -8x + 20$$

Prebacujemo članove s nepoznaticom na lijevu stranu, a ostale na desnu.

$$3x + 8x = 20 + 24$$

Zbrojimo posebno članove na lijevoj strani jednadžbe, pa na desnoj.

$$11x = 44$$

Podijelimo s brojem koji množi nepoznanicu.

$$11x = 44 \quad /:11$$

Rješenje jednadžbe je

$$x = 4.$$

Provjera:

$$\frac{4-1}{3} - \left(\frac{2 \cdot 4 + 3}{6} - \frac{4+2}{12} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4+2}{9} \right)$$

$$\frac{3}{3} - \left(\frac{11}{6} - \frac{6}{12} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{6}{9} \right)$$

$$1 - \frac{11}{6} + \frac{1}{2} = 1 - \frac{4}{3}$$

$$\frac{6-11+3}{6} = \frac{3-4}{3}$$

$$-\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}.$$

Rješenje je točno.



Zadaci

9. Riješi jednadžbe.

a) $5 - \frac{x+1}{3} = 2x$;

b) $\frac{x+1}{3} + \frac{3x-2}{4} = \frac{x+5}{8} - \frac{7x+1}{6} - \frac{37}{12}$;

c) $\frac{x}{3} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+2}{5} + \frac{x+3}{6} = \frac{1}{5}$;

d) $2 - 3x + \frac{1-2x}{5} = 1 - \frac{7x-5}{2}$.

10. Riješi jednadžbe.

a) $\frac{2x-3}{2} - \frac{x+5}{3} = 2x - 4$;

b) $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-5}{4} = \frac{4x+5}{8} + \frac{x+1}{6} - \frac{7}{12}$;

c) $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{4} + \frac{2x-2}{5} + \frac{3x+3}{6} = \frac{11}{5}$.

11. Riješi jednadžbe.

a) $5 \left(x + \frac{2}{3} \right) - 4 \left(3x - \frac{1}{2} \right) = 3$;

b) $7 \left(2x - \frac{2}{3} \right) - 2 \left(3x - 3\frac{1}{2} \right) = 9$;

c) $\frac{7}{2} - \left(3x + \frac{2}{5} \right) = x - \frac{37-x}{5}$;

d) $\frac{x-3}{8} + 3 = \frac{3x+127}{20} - \frac{x+9}{12}$;

e) $\frac{x+1}{4} - \left(\frac{4x-5}{18} - \frac{2x-1}{6} \right) = 2 - \frac{7(x-3)}{36}$;

f) $\frac{x-2}{3} - \frac{2(3x+1)}{4} = 6x - \frac{7x-5}{2}$;

g) $2 \left\{ x - \frac{2x+1}{3} - \left[2 - \frac{1}{2} \left(x - \frac{x+1}{2} \right) \right] \right\} = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{6}$.



Ako je ispred zagrade znak manje, pribrojnici u zagradi mijenjaju stanje.

Ako je ispred zagrade znake više, zagrada se briše.

Ako je zagrada na početku, ona se briše u sljedećem retku.

Vježbalica

1. Riješi jednačbe:

- a) $3x - 5 - (3x - 6) - (4x - 3) = 0$
 b) $5(2 - 3x) + 2(5x - 2) - 7(4 - x) = 10$
 c) $2(11 - 4x) - (5 + 2x) = 6 - 4x + 1$
 d) $3x - 2(4 + x) = -2x - 2(7 - 3x)$

2. Riješi jednačbe:

- a) $1.5(0.2 - x) = -1.4 + 0.2$
 b) $1.2 - (x + 5.5) = 1.1$
 c) $-4(0.3 + x) = -3.5$
 d) $1.7 - (0.4 + x) = -3.2$

3. Riješi jednačbe:

- a) $0.2x - \{x - [-1 + (x - 6)]\} = 6$
 b) $2x - 3[x - 2(x - 1) + (2x - 1)] = -6$
 c) $0.2x - \left(\frac{1}{4}x - 1\right) + \left(-1.2x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{20}x$

4. Riješi jednačbe:

- a) $\frac{1}{8}x + 5 = -\frac{3}{2}$
 b) $3\frac{1}{9} - \frac{4}{3}y = 2y$
 c) $-\frac{1}{10} - \frac{4}{5}y = -2\frac{1}{2}$
 d) $\frac{2}{5}x = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{4}$

5. Riješi jednačbe:

- a) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{12} = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$
 b) $\frac{4}{3}y + 4\frac{1}{2} = y - \frac{2}{5}y + \frac{1}{10}$
 c) $-\frac{1}{8} - y + \frac{4}{3}y = 2 + \frac{1}{6}y$
 d) $-\frac{3}{4} + \frac{3}{5}x - \frac{7}{4}x = -\frac{2}{5}x + 1 - \frac{1}{2}x$
 e) $2 - \frac{x}{3} + \frac{1}{5} - x = -\frac{7}{15}$

6. Riješi jednačbe:

- a) $\frac{1}{2}(x + 2) = \frac{1}{3}$
 b) $\frac{2x - 3}{-5} = -0.4$
 c) $\frac{3x - 1}{3} + \frac{2x + 1}{6} = x + \frac{1}{3}$
 d) $\frac{60y + 1}{9} - \frac{4y + 3}{3} = 0$

7. Riješi jednačbe.

- a) $\frac{1}{2} - \frac{x + 1}{4} = \frac{3}{4}x$
 b) $\frac{x + 1}{10} + \frac{3x - 2}{5} = \frac{x + 5}{2} - \frac{7x + 1}{2} + \frac{7}{5}$
 c) $\frac{x}{3} + \frac{x + 1}{6} - \frac{x + 2}{2} - \frac{x + 3}{6} = \frac{1}{3}$
 d) $\frac{2 - 3x}{2} - \frac{1 - 2x}{5} = 1 - \frac{x - 2}{2}$

8. Riješi jednačbe.

- a) $\frac{2x - 3}{2} - \frac{x + 5}{3} = 2 - \frac{2x - 5}{6}$
 b) $\frac{2x + 1}{3} - \frac{3x - 1}{4} = \frac{2x + 3}{8} - \frac{x + 1}{6}$
 c) $\frac{x}{3} - \frac{x - 1}{15} + \frac{2x - 1}{5} - \frac{x + 3}{6} = \frac{1}{5}$
 d) $\frac{x}{5} - \frac{4x - 3}{15} = \frac{1}{3}$

9. Riješi jednačbe:

- a) $\frac{4x - 1}{3} - 2 = 1 - \frac{7x - 6}{12}$
 b) $\frac{3y - 1}{7} = \frac{2y}{5}$
 c) $\frac{3x - 1}{6} - \frac{x + 2}{8} + 3 = \frac{x - 2}{24}$
 d) $\frac{x - 2}{20} + \frac{3x - 1}{15} - \frac{6x - 8}{12} = 0$

10. Riješi jednačbe:

a) $\frac{x+5}{2} - \frac{x-5}{3} = \frac{5(5-x)}{6} - x$

b) $\frac{x+5}{2} - \frac{x-5}{6} + x = \frac{x}{2}$

c) $\frac{8-x}{6} + \frac{4x-5}{3} - \frac{x+6}{2} = 0$

d) $\frac{5}{6} - \left(\frac{x-1}{2} - \frac{2x-3}{5} \right) = \frac{1}{30}$

11. Riješi jednačbe:

a) $\frac{3y}{4} - \frac{4y}{5} + 9 = y - 54$

b) $\frac{x+4}{15} - \frac{2(x-6)}{5} = \frac{14-x}{3} - \frac{2(x-2)}{9}$

c) $3x+1 - \frac{3x-1}{5} = 2(x+1) + \frac{8(x-2)}{5}$

d) $\frac{x+1}{8} - \frac{x-4}{12} = 1$

12. Riješi jednačbe:

a) $\frac{x-3}{2} = \frac{4x-1}{6}$

b) $\frac{3x-4}{5} + 8 = \frac{5x-4}{6} + \frac{7x+4}{10}$

c) $\frac{x+4}{3} - \frac{2x-1}{5} = \frac{2(3x+1)}{15}$

d) $\frac{3}{4}(x - \frac{2}{3}) = \frac{1}{2}(-2+x)$

13. Riješi jednačbe:

a) $x + \frac{4x+1}{2} - \frac{14x-9}{11} = \frac{8x+1}{3} - \frac{7x-10}{6}$

b) $\frac{x}{2} - 2 \left[-x + \left(2x - \frac{1}{3} \right) + 1 \right] - \left(x - \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{4}x - 2 - \frac{x - \frac{2}{3}}{\frac{5}{9}} + \frac{1}{2}x + 2 = 1$

d) $\frac{2}{3} \left(\frac{x-3}{99} \right) + x + \frac{1}{2} = 1 + \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{x-3}{99}$

5.7. Problemski zadaci

Zamisli jedan broj. Dodaj mu 5. Utrostruči rezultat. Od toga oduzmi trostruku vrijednost zamišljenog broja. Dobio si 15.

Prisjeti se još neke slične zagonetke s brojevima.

Primjer 1. Magična matematika

Matematika se skriva iza raznih magičnih trikova s brojevima. Otkrijmo tajnu jednog od njih.

Magični recept:

Zamisli jedan broj.

Dodaj mu pet.

Pomnoži s tri.

Oduzmi tri.

Podijeli s tri.

Oduzmi broj koji si zamislio.

Dobio si četiri ☺.

Isprobajte taj recept s bilo koja tri broja.

Dobivate li svaki put broj četiri? Zašto?



Rješenje:

Zapišimo sve rečenice ovog magičnog recepta pomoću matematičkih oznaka.

Vidimo u tablici da na kraju oduzmemo broj koji smo zamislili, tako da krajnji rezultat ne ovisi o zamišljenom broju. Koji god broj zamislili, krajnji rezultat će uvijek biti četiri.

Uputa	Matematički izraz
Zamisli jedan broj.	x
Dodaj mu pet.	$x + 5$
Pomnoži s tri.	$3 \cdot (x + 5) = 3x + 15$
Oduzmi tri.	$3x + 15 - 3 = 3x + 12$
Podijeli s tri.	$(3x + 12) : 3 = x + 4$
Oduzmi broj koji si zamislio.	$x + 4 - x = 4$

Zadaci

1. Zapiši ovaj magični recept pomoću matematičkih oznaka i otkrij koji broj se uvijek pojavljuje kao krajnji rezultat.

- a) Zamisli jedan broj.
 Dodaj mu sedam.
 Pomnoži s pet.
 Oduzmi pet.
 Podijeli s pet.
 Oduzmi broj koji si zamislio.
 Dodaj četiri.
 Dobio si...

- b) Zamisli jedan broj.
 Dodaj mu 20.
 Udvostruči rezultat.
 Od toga oduzmi dvostruku vrijednost zamišljenog broja.
 Dobio si...

2. Napiši svoj magični recept.

Problemski zadaci su zadaci riječima. Pri rješavanju takvih zadataka često se koristimo jednačbama. Neki od problemskih zadataka mogu se riješiti i bez jednačbi.

Primjer 2. Problem s cijenom

Gumica i olovka koštaju 8.70 kn. Cijena olovke je za 90 lipa veća od cijene gumice. Kolika je cijena olovke?

Rješenje:

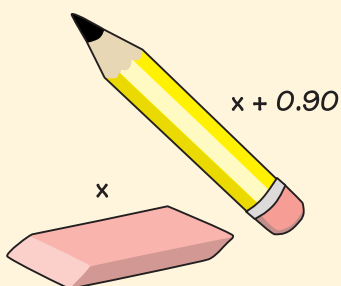
Pri rješavanju problemskih zadataka slijedimo ove korake:

1. Pročitaj zadatak.

2. Odredi pitanje.

Označimo s x cijenu gumice. Cijena olovke je za 90 lp, tj. 0.90 kn veća od cijene gumice.

Cijena gumice x
 Cijena olovke $x + 0.9$



3. Odredi koji podaci su zadani.

Zajedno koštaju 8.70 kn.

4. Napiši jednačbu

$$x + x + 0.90 = 8.70$$

5. Riješi jednačbu.

$$x + x = 8.70 - 0.90$$

$$2x = 7.80 \quad /:2$$

$$x = 7.80 : 2$$

$$x = 3.90 - \text{cijena gumice}$$

$$x + 0.90 = 3.90 + 0.90 = 4.80 - \text{cijena olovke}$$

6. Provjeri rezultat.

$$x + x + 0.90 = 8.70$$

$$3.90 + 3.90 + 0.90 = 8.70$$

$$8.70 = 8.70. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Cijena gumice je 3.90 kn, a cijena olovke 4.80 kn.

Zadaci

- Gospođa Horvat radi u poštanskom uredu. Danas je poslala četiri paketa, prethodno ih izvagavši. Svojoj kćerki je zadala zadatke s masom kutija. Pomozi joj odrediti masu svih kutija.
 - Kutija A je dva kilograma teža od kutije D. Obje kutije zajedno imaju masu 16 kg.
 - Kutija C je dvostruko teža od kutije A. Zajedno imaju masu 27 kg.
 - Kutija B je za 1 kg teža od dvostruke mase kutije D. Zajedno imaju masu od 22 kg.
- Luka je radio trostruko više sati nego Ana. Zajedno su radili 32 sata. Koliko sati je radio Luka, a koliko Ana?
- Marko i Ante su skupili 215 bodova na natjecanju. Marko je skupio pet bodova više od dvostrukog broja Antinih bodova. Koliko bodova je svaki dječak osvoji na natjecanju?
- Ana ima dva puta više sličica od Lucije i Luke zajedno. Ana ima 88 sličica, a Lucija 20. Koliko sličica ima Luka?
- U 6.b razredu ima 33 učenika. Djevojčica ima za 3 manje nego dječaka. Koliko je djevojčica, a koliko dječaka u tom razredu?
- Na nekom natjecanju iz matematike bilo je deset zadataka. Za svaki točno riješeni zadatak učenik dobiva 10 bodova. Za svaki netočno riješen ili neriješen zadatak gubi 5 boda. Ako je učenik dobio 55 bodova, koliko zadataka je točno riješio?
- Broj učenika 6.a razreda je jednak dvostrukom broju učenika 6.b razreda. Ako 14 učenika premjestimo iz 6.a u 6.b razred, oba razreda imat će jednak broj učenika. Koliko učenika je na početku bilo u 6.a, a koliko u 6.b razredu?

Primjer 3. Problem s opsegom

Opseg jednakokravnog trokuta je 108 cm, a duljina njegove osnovice 48 cm. Kolika je duljina kraka tog trokuta?

Rješenje:

Jednačbe će nam dobro doći i pri rješavanju različitih zadataka vezanih uz geometrijske likove.

1. Pročitaj zadatak.

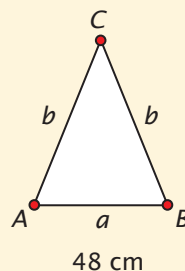
2. Odredi pitanje.

Označimo s a duljinu osnovice, a s b duljinu kraka tog trokuta.

3. Odredi koji podaci su zadani.

$$a = 48 \text{ cm}$$

Formula za opseg jednakokravnog trokuta je $o = a + 2 \cdot b$



4. Napiši jednačbu.

$$48 + 2 \cdot b = 108$$

5. Riješi jednačbu.

$$2 \cdot b = 108 - 48$$

$$2 \cdot b = 60 \quad /:2$$

$$b = 30$$

6. Provjeri rezultat.

$$a + 2 \cdot b = o$$

$$48 + 2 \cdot 30 = 108$$

$$108 = 108. \text{ Rješenje je točno.}$$

7. Napiši odgovor riječima.

Duljina kraka tog jednakokravnog trokuta je 30 cm.

Zadaci

10. Prva cijev napuni bazen za 9 sati, a druga za 12 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti ako se istodobno otvore obje cijevi?
11. Bazen se jednom cijevi može napuniti za 4 sata, a drugom isprazniti za 9 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti, ako se istodobno otvore obje cijevi?
12. Opseg jednakokračnog trokuta je 39 cm. Kolika je duljina kraka, ako je duljina osnovice 19 cm?
13. Opseg pravokutnika je 120 cm. Duljina jedne stranice je pet puta veća od duljine druge stranice. Kolike su duljine stranica? Kolika je površina tog pravokutnika?
14. Duljine stranica pravokutnika, izražene u centimetrima, dva su uzastopna prirodna broja. Opseg tog pravokutnika je 298 cm. Kolike su duljine stranica?
15. Duljine stranica trokuta, izražene u centimetrima, tri su uzastopna neparna prirodna broja. Kolike su duljine stranica, ako je opseg tog trokuta 159 cm?
16. Duljina jedne stranice pravokutnika je za 5 cm veća od druge. Opseg pravokutnika je 20 cm. Kolike su duljine njegovih stranica?
17. U nekom trokutu je jedan unutarnji kut veličine α . Drugi unutarnji kut je dvostruko veći od kuta α , a treći trostruko veći. Koliki su unutarnji kutovi tog trokuta?
18. Opseg trokuta je 180 dm. Stranica b je trostruko veća od stranice a, a stranica c je peterostruko veća od stranice a. Kolike su duljine stranica tog trokuta?
19. Avion leti brzinom od 450 km/h. Koliku udaljenost prijeđe za 5 sati?
20. Horvatovi su prešli udaljenost od 744 km za 12 sati. Kojom brzinom su vozili?
21. Kojom brzinom mora letjeti avion da bi prešao udaljenost od 780 km u 2 sata?
22. Vozeći brzinom od 204.8 km/h koliku udaljenost će prijeći trkaći auto za 4 sata?
23. Sljemenska žičara je dugačka 4017 m. Kojom brzinom treba voziti žičara da bismo na vrhu bili za 30 minuta.
24. Udaljenost između Varaždina i Roterdama je 1300 km. U isto vrijeme jedan prema drugom krenu dva automobila. Automobil koji je krenuo iz Varaždina vozi 140 km/h. Automobil koji je krenuo iz Roterdama vozi 120 km/h.
 - a) Koliku udaljenost će svaki od njih prijeći za sat vremena?
 - b) Nakon koliko vremena će se automobili sresti?
 - c) Koliko će biti udaljeni od Varaždina i Roterdama u trenutku susreta?
25. U nekom trokutu je jedan kut α . Drugi kut je za 20° manji od α , a treći za 29° veći od α . Odredi veličine sva tri kuta tog trokuta.
26. Oduzmeš li od dvokratnika nekog broja 10 dobit ćeš 5. Koji je to broj?
27. Uvećaš li neki broj tri puta dobit ćeš isti rezultat kao da si taj broj uvećao za 16. Koji je to broj?
28. U nekom razredu ima 31 učenika. Dječaka ima za tri manje nego djevojčica. Koliko ima djevojčica, a koliko dječaka u tom razredu?
29. Maja ima tri puta više sličica nego Luka. Maja je Luki dala 10 sličica pa sad oboje imaju jednako. Koliko je sličica imala Maja, a koliko Luka na početku?
30. Cijena kilograma krušaka je dvostruko veća od kilograma jabuka. Za tri kilograma krušaka i pet kilogram jabuka Luka je platio 33 kn. Kolika je cijena kilograma jabuka, a kolika kilograma krušaka?

Vježbalica

- Luka je radio četverostruko više sati nego Ana. Zajedno su radili 35 sati. Koliko sati je radio Luka, a koliko Ana?
- Marko i Ante su skupili 119 bodova na natjecanju. Marko je skupio sedam bodova više od trostrukog broja Antinih bodova. Koliko bodova je svaki dječak osvojio na natjecanju?
- Ana ima dva puta više sličica od Lucije i Luke zajedno. Ana ima 60 sličica, a Lucija 12. Koliko sličica ima Luka?
- U 6.b razredu ima 29 učenika. Djevojčica ima za 7 više nego dječaka. Koliko je djevojčica, a koliko dječaka u tom razredu?
- Na nekom natjecanju iz matematike bilo je deset zadataka. Za svaki točno riješeni zadatak učenik dobiva 10 bodova. Za svaki netočno riješen ili neriješen zadatak gubi 5 boda. Ako je učenik dobio 10 bodova, koliko zadataka je točno riješio?
- Broj učenika 6.a razreda je jednak dvostrukom broju učenika 6.b razreda. Ako 9 učenika premjestimo iz 6.a u 6.b razred, oba razreda imat će jednak broj učenika. Koliko učenika je na početku bilo u 6.a, a koliko u 6.b razredu?
- Prva cijev napuni bazen za 12 sati, a druga za 6 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti ako se istodobno otvore obje cijevi?
- Bazen se jednom cijevi može napuniti za 4 sata, a drugom isprazniti za 5 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti, ako se istodobno otvore obje cijevi?
- Opseg jednakokravnog trokuta je 55 cm. Kolika je duljina kraka, ako je duljina osnovice 15 cm?
- Opseg pravokutnika je 140 cm. Duljina jedne stranice je šest puta veća od duljine druge stranice. Kolike su duljine stranica? Kolika je površina tog pravokutnika?
- Duljine stranica pravokutnika, izražene u centimetrima, dva su uzastopna prirodna broja. Opseg tog pravokutnika je 42 cm. Kolike su duljine stranica?
- Duljine stranica trokuta, izražene u centimetrima, tri su uzastopna parna prirodna broja. Kolike su duljine stranica, ako je opseg tog trokuta 72 cm?
- Duljina jedne stranice pravokutnika je za 8 cm veća od druge. Opseg pravokutnika je 56 cm. Kolike su duljine njegovih stranica?
- U nekom trokutu je jedan unutarnji kut veličine a . Drugi unutarnji kut je dvostruko veći od kuta a , a treći je za 20° manji od a . Koliki su unutarnji kutovi tog trokuta?
- Opseg trokuta je 48.8 dm. Stranica b je za 88 cm veća od stranice a , a stranica c je trostruko veća od stranice a . Kolike su duljine stranica tog trokuta?
- Avion leti brzinom od 520 km/h. Koliku udaljenost prijeđe za 5.5 sati?
- Horvatovi su prešli udaljenost od 272 km za 3.2 sata. Kojom brzinom su vozili?
- Kojom brzinom mora letjeti avion da bi prešao udaljenost od 1176 km u 2.8 sata?
- Vozeći brzinom od 202 km/h koliku udaljenost će prijeći trkaći auto za 2 sata i 45 minuta?
- Stara sljemenska žičara je bila dugačka 4017 m. Kojom brzinom je vozila žičara ako smo na vrhu bili za 28 minuta.
- Udaljenost između dva grada je 1050 km. U isto vrijeme jedan prema drugom krenu dva automobila. Automobil koji je krenuo iz grada A vozi 110 km/h. Automobil koji je krenuo iz grada B vozi 100 km/h.

- a) Koliku udaljenost će svaki od njih prijeći za sat vremena?
 b) Nakon koliko vremena će se automobili sresti?
 c) Koliko će biti udaljeni od tih gradova u trenutku susreta?
22. Broj 90 rastavi na dva pribrojnika tako da je dvostruki prvi dio za 40 veći od trećine drugog dijela. Koji su to pribrojnici?
23. Koji broj trebaš dodati brojniku, i oduzeti nazivniku razlomka $\frac{2}{5}$ da on dobije vrijednost 6?
24. Koji broj trebaš dodati brojniku i nazivniku razlomka $\frac{3}{14}$ da on dobije vrijednost $\frac{1}{2}$?
25. Koji broj trebaš oduzeti brojniku i nazivniku razlomka $\frac{19}{7}$ da on dobije vrijednost 5?
26. Majka ima 28 godina, a kćerka 3 godine. Za koliko će godina majka biti 6 puta starija od kćeri?
27. Duljine stranica trokuta su tri uzastopna parna broja, a njegov opseg je 18 cm. Izračunaj duljine stranica trokuta.
28. Duljine stranica četverokuta razlikuju se uzastopno za 3 cm. Kolika su duljine stranica tog četverokuta ako mu je opseg 34 cm?
29. Koji broj umanjen za svoje $\frac{2}{5}$ daje 12?
30. Trećina nekog broja za 4 je veća od njegove četvrtine. Koji je to broj?

5.8. Ponavljanje

Pitanja za ponavljanje:

- Što su nepoznanice i kako ih označavamo?
- O kojoj se računskoj operaciji radi kad kažemo:
 - uvećaj pet puta;
 - umanji pet puta;
 - uvećaj za pet;
 - umanji za pet.
- Što je rješenje linearne jednačbe?
- Kojim postupcima dobivamo jednakovaljane jednačbe?
- Na što moramo pripaziti kada matematički izraz premješamo s jedne strane jednačbe na drugu?
- Koliko je:
 - $5x + 2x$; b) $5x - 2x$;
 - $-5x - 2x$; d) $-5x + 2x$.
- Što treba raditi kad je ispred zagrade:
 - znak +; b) znak -; c) neki broj.
- Kako se "oslobađamo" razlomaka u jednačbama?
- Ako se radi o zadacima s opsegom lika, koji brojevi ne mogu biti točno rješenje zadatka?
 - decimalni brojevi;
 - razlomci;
 - pozitivni brojevi;
 - negativni brojevi.
- Ako se radi o zadacima s cijenama proizvoda, koji brojevi ne mogu biti točno rješenje zadatka?
 - decimalni brojevi;
 - razlomci;
 - pozitivni brojevi;
 - negativni brojevi.

Zadaci za ponavljanje:

1. Napiši matematički izraz za zadane rečenice.

- a) Neki broj x oduzmemo od 21.
- b) Broj z povećamo za 2.
- c) Broj 5 povećamo y puta.
- d) Broj 25 podijelimo s a .

2. Dopuni.

- a) Ako je $r = 9$, tada je $18 - r = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
- b) Ako je $x = 11$, tada je $-11 + x = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
- c) Ako je $y = -4$, tada je $44 : y = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
- d) Ako je $z = -3.9$, tada je $5z = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$.

3. Provjeri je li zadani broj rješenje jednačbe.

- a) $x = 5$, $2x = 10$;
- b) $y = 7$, $y + 4 = 15$;
- c) $y = 4$, $-3y - 6 = 1$;
- d) $x = 2.5$, $5x + 7.5 = 15$;
- e) $y = -4.4$, $12.4 + y = 8$; f) $x = 1.7$, $15 - 6x = 27$;
- g) $z = \frac{3}{4}$, $\frac{4}{5} - z = \frac{1}{20}$;

- h) $x = \frac{1}{15}$, $x : \frac{7}{3} = \frac{3}{4}$;
- i) $z = -3$, $10 + z = 7 + 4z$.

4. Poveži rečenicu s odgovarajućom jednačbom.

- a) Neki broj uvećan za 7 postaje 70. 1) $x + 7 = 70$;
- b) Neki broj umanjen za 7 daje 70. 2) $x - 7 = 70$;
- c) 7 puta manje od nekog broja je 70. 3) $x \cdot 7 = 70$;
- d) 7 puta više od nekog broja jednako je 70. 4) $x : 7 = 70$.

5. Riješi jednačbe.

- a) $x + 17 = 25$; b) $z + 11 = -24$;
- c) $x + 8.5 = 10$; d) $y - 16 = 22$;
- e) $z - 24 = -24$; f) $y - 3.8 = -7.7$.

6. Riješi jednačbe.

- a) $x + 22 - 3 = 51$;
- b) $212 + y = 307 + 54$;
- c) $27 + z = 179 - 11 \cdot 7$.

7. Riješi jednačbe.

- a) $x \cdot 6 = 24$; b) $11 \cdot y = 88$;
- c) $x \cdot (-25) = -100$;
- d) $3.5 \cdot z = 14.35$; e) $-9y = -10$;
- f) $\frac{x}{13} = 5$; g) $\frac{y}{-21} = 9$;
- h) $z : 61 = -2.5$; i) $x : 5.4 = 1000$.

8. Riješi jednačbe.

- a) $7y + y = 64$;
- b) $z + 6z = -63$;
- c) $-3x - 5x = 152$;
- d) $-3x + x - 5x = -119$;
- e) $y - 11.3y + 2.5y = -46.8$;
- f) $-15 + 16x = -87$;
- g) $x - 6x - 1 = 2x + 5x + 11$;
- h) $2.5y = 4y + 86.4$;
- i) $10 - 30y - 150 = -200y + 20y + 500$;
- j) $42z - 54 - 26z + 12 = 46 - 30z - 4 + 18z$.

9. Riješi jednačbe.

- a) $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{3}{2}$; b) $4 - \frac{4}{3}y = 2y$;
- c) $-\frac{1}{10} - y + \frac{4}{5}y = 2 + \frac{1}{2}y$;
- d) $-3 + \frac{3}{5}z - \frac{7}{4}z = -\frac{2}{5}z + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}z$;
- e) $\frac{-6}{7}x + 3x = 1$; f) $3x - \frac{8}{3}x = 4$;
- g) $\frac{x}{6} - \frac{1}{2} - 2.5 = 1 - \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$; h) $2x - \frac{x}{3} + \frac{1}{15} = 0.1$.

10. Riješi jednačbe.

- a) $4x - 114 - (6x - 120) - (8x - 74) = 0$;
- b) $10(2 - 3x) + 6(5x - 2) - 14(4 - x) = 0$;
- c) $12(0.44 - 2x) = -2.88$;
- d) $5.5 - (25x + 27.5) = 55.5$;
- e) $-1.2(0.9 + 3x) = -10.8$.

11. Riješi jednačbe.

- a) $\frac{2x+1}{5} + \frac{3x-2}{4} = \frac{2x-5}{2} - \frac{x+1}{10} - \frac{37}{20}$;
- b) $10\left(x + \frac{2}{3}\right) - 4(6x - 1) = 6$;

$$c) \frac{x-3}{8} + 3 = \frac{3x+127}{20} - \frac{x+9}{12};$$

$$d) \frac{2x+2}{8} - \left(\frac{20x-25}{18} - \frac{2x-1}{6} \right) = 2 - \frac{7(x-3)}{36};$$

$$e) 6 - 9x + \frac{3-6x}{5} = 3 - \frac{21x-15}{2}.$$

12. Vožnja od kuće do škole trajala je 48 minuta. Povratak je trajao 15 minuta dulje. Koliko je trajao povratak kući?
13. Matija je prodao svoju nogometnu loptu za 61.50 kn. To je 17.50 kn manje od cijene koju je platio za novu loptu. Kolika je bila cijena nove lopte?
14. Vlak prevali 95 km za jedan sat. Koliko traje putovanje od 855 km?
15. Zatri kilograma jabuka treba platiti 10.50 kn. Kolika je cijena jednog kilograma jabuka?
16. Luka ima 21 bod, što je $\frac{1}{4}$ bodova potrebnih da pobijedi u igri. Koliko mu je bodova potrebno za pobjedu?
17. Maja je riješila 9 zadataka. To je $\frac{1}{3}$ cijele zadaće iz matematike. Koliko ukupno zadataka mora Maja riješiti?
18. Tijekom ljeta Luka je radio četiri puta više dana nego Ana. Ukupno su radili 25 dana. Koliko dana je radio svatko od njih?
19. Lukina baka je šest puta starija od njega. Baka i Luka zajedno imaju 77 godine. Koliko godina ima svatko od njih?
20. Dva para cipela koštaju 680.98 kn. Jedan par košta 99.12 kn više nego drugi. Koliko košta svaki par cipela?
21. Lucija i Ana su zajedno uštedjele 632.50 kn. Ana je uštedjela 35.50 kn više od četverostrukog iznosa Lucijine uštede. Koliko je uštedjela svaka djevojčica?
22. U 6.b razredu ima 28 učenika. Djevojčica ima za 2 manje nego dječaka. Koliko je djevojčica, a koliko dječaka u tom razredu?
23. Na nekom natjecanju iz matematike bilo je deset zadataka. Za svaki točno riješeni zadatak učenik dobiva 10 bodova. Za svaki netočno riješen ili neriješen zadatak gubi 5 boda. Ako je učenik dobio 40 bodova, koliko zadataka je točno riješio?
24. Prva cijev napuni bazen za 6 sati, a druga za 5 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti ako se istodobno otvore obje cijevi?
25. Bazen se jednom cijevi može napuniti za 5 sati, a drugom isprazniti za 6 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti ako se istodobno otvore obje cijevi?
26. Duljine stranica pravokutnika, izražene u centimetrima, dva su uzastopna parna prirodna broja. Opseg tog pravokutnika je 300 cm. Kolike su duljine stranica?
27. U nekom trokutu je jedan unutarnji kut veličine α . Drugi unutarnji kut je peterostruko veći od kuta α , a treći trostruko veći. Koliki su unutarnji kutovi tog trokuta?
28. Avion leti brzinom od 375 km/h. Koliku udaljenost prijeđe za 7.5 sati?
29. Sljemenska žičara je dugačka 4017 m. Kojom brzinom treba voziti žičara da bismo na vrhu bili za 20 minuta.
30. Udaljenost između Zagreba i Kopenhagena je 1 600 km. U isto vrijeme jedan prema drugom krenu dva automobila. Automobil koji je krenuo iz Zagreba vozi 70 km/h. Automobil koji je krenuo iz Kopenhagena vozi 90 km/h.
- a) Koliku udaljenost će svaki od njih prijeći za sat vremena?
- b) Nakon koliko vremena će se automobili sresti?
- c) Koliko će biti udaljeni od Zagreba i Kopenhagena u trenutku susreta?

31. Riješi jednadžbe:

a) $-\frac{2}{3}x + \frac{x+2}{6} = 1;$

b) $\frac{x}{5} - \frac{x}{10} + 3 = \frac{x}{2};$

c) $-\frac{3-x}{4} + 4 = 1 + \frac{2-x}{6};$

d) $0.5 + \frac{2x-4}{5} - 3 = \frac{3x+1}{2}.$

32. Riješi jednadžbe:

a) $2x - (5 + 2x) - 6 = -4x - (11 - 4x);$

b) $5(5 - 2x) - (3x+6) = 0;$

c) $5(x-2) - 1 = -1 + 7(6 - 3x);$

d) $10x - 2(3x - 2) = 2x + 2(4 - 2x).$

33. U tvornici igračaka jedan mjesec proizveli su dvostruko manje plišanih igračaka nego autića. Taj mjesec je ukupno proizvedeno 12 321 komada igračaka. Koliko je među njima plišanih igračaka, a koliko autića?

34. Cijena kilograma trešanja je trostruko veća od kilograma jagoda. Za dva kilograma trešanja i šest kilogram jagoda Maja je platila 120 kn. Kolika je cijena kilograma jagoda, a kolika kilograma trešanja?

35. Za kazališnu predstavu prodano je trostruko manje karata po 100 kn od onih po 45 kn. Ukupna zarada bila je 12 000 kn. Koliko je prodano skupljih, a koliko jeftinijih karata?

Primjerak oglednog testa:

1. Napiši matematički izraz za zadane rečenice.

a) Neki broj x oduzmemo od 125.

b) Broj z povećamo pet puta.

2. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe.

a) $x = 5; 7x - 25 = 50 - 40;$

b) $y = \frac{2}{3}; 100 - 6y = 3y + 91.$

3. Riješi jednadžbu $2x + 12 = 50.$

4. Riješi jednadžbu $2y + 1.2 = 10.4 - 4y.$

5. Riješi jednadžbu

$$6(4x - 3) - 2(5x - 2) = 5(4 - x) + 4.$$

6. Riješi jednadžbu $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} - 1.2 = 3 - \frac{x}{2} - \frac{2}{3}.$

7. Bazen se jednom cijevi može napuniti za 5 sati, drugom za 4 sata, a trećom isprazniti za 6 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti ako se istodobno otvore sve cijevi?

8. Lukina baka je pet puta starija od njega. Baka i Luka zajedno imaju 66 godine. Koliko godina ima svatko od njih?

9. Na jednom katu površine 250 m² nalaze se tri stana. Površina drugog stana je dvostruko veća od površine prvog stana. Površina trećeg stana je za 10 m² veća od površine prvog stana. Kolika je površina svakog stana? Stanari plaćaju najamninu po cijeni 25 kuna za 1 m². Koliko iznosi najamnina za svaki stan?

10. Duljina pravokutnika je dvostruko veća od njegove širine. Izračunaj stranice tog pravokutnika, ako je njegov opseg jednak opsegu kvadrata sa stranicom 4.2 cm.

I g r e

Igra sa satom:

Napravite model sa satom i jednađbom kao na slici.

Sat ide od jednog do drugog, i svatko treba riješiti jednađbu koju mu odredi prethodnik.

Umjesto predložene jednađbe možete staviti i neku po svom izboru.



Igra s kartama:

(Karte s jednađbama su na CD-u.)

Treba spojiti par: kartu s jednađbom i kartu s rješenjem.

Igra s rješenjem:

Učenci igraju u parovima – jedan kaže broj, a drugi treba napisati jednađbu čije rješenje je taj broj.

Moguće inačice igre:

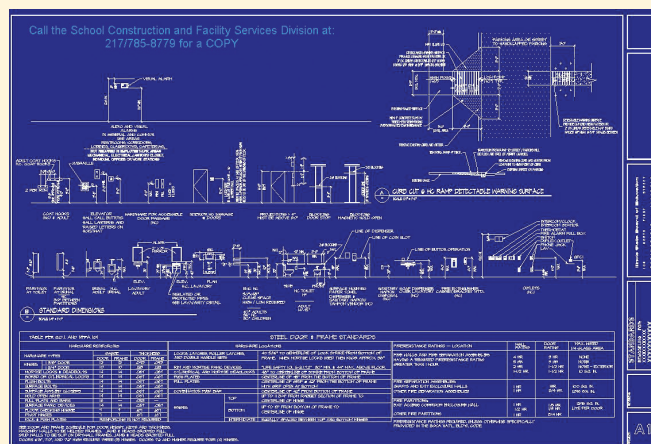
- zadane računске operacije koje treba upotrijebiti u jednađbi
- treba zadati problemski zadatak

6. četverokuti

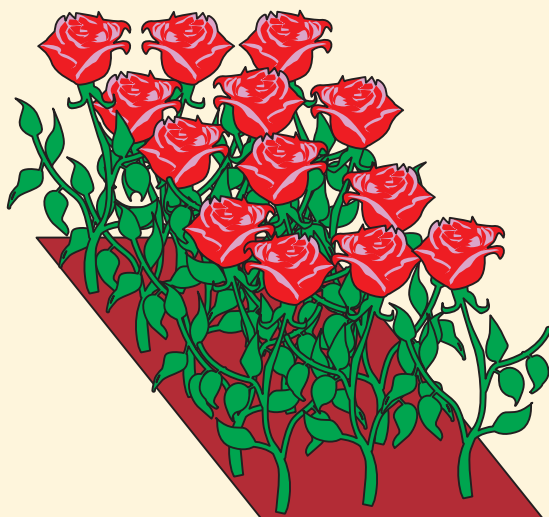
Važni pojmovi
 četverokuti
 vrste četverokuta
 zbroj kutova u
 četverokutu
 konstrukcije
 paralelograma
 trapez
 površina četverokuta



Geometrijski likovi na građevinama



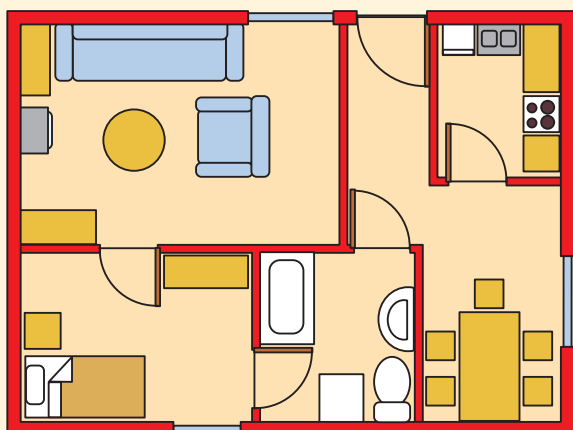
Nacr



Zašto nam trebaju četverokuti?

Da bismo znali:

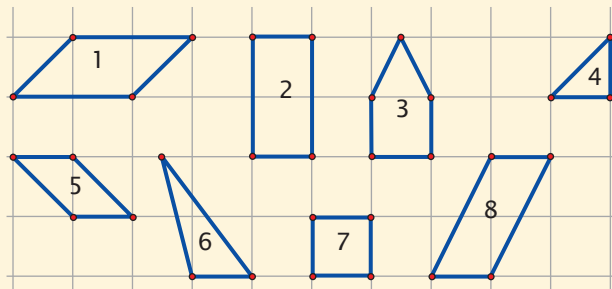
- nacrtati bakinu gredicu za ruže
- izračunati kolika je površina tatinog travnjaka
- odabrati najkraći put
- konstruirati vremenski stroj na papiru pomoću trokuta i šestara
- izračunati površinu sobe i potrebnu količinu boje za bojanje zidova
- izračunati površinu krova i količinu potrebnih crjepova



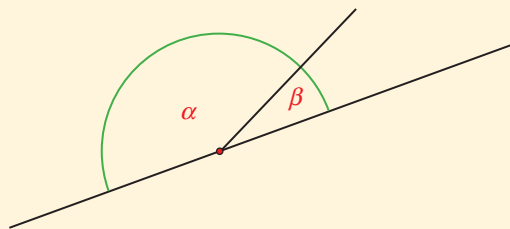


Kratki zadaci za ponavljanje

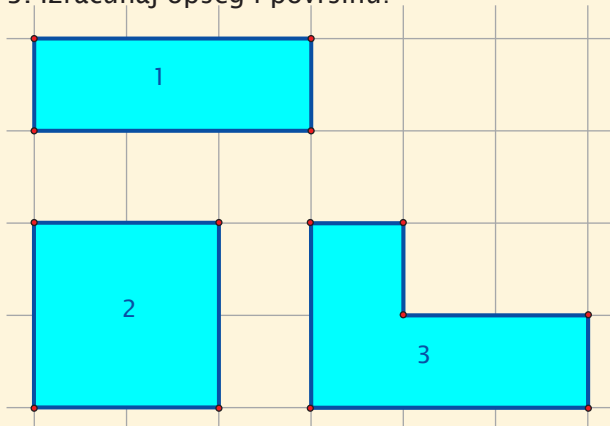
1. Koje likove prepoznaješ na slici.



2. Kako nazivamo kutove na slici? Što znaš o njihovim veličinama?

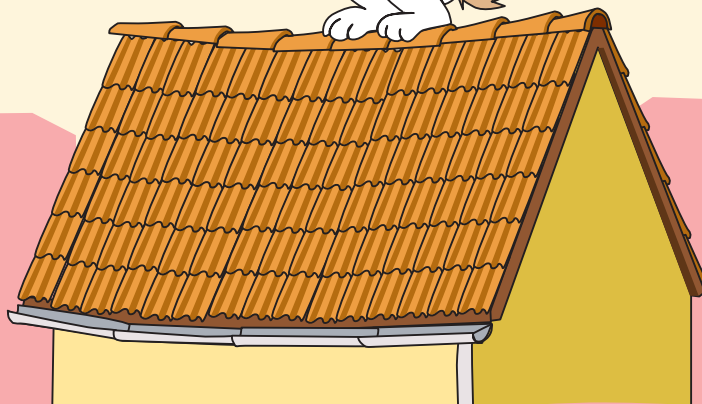
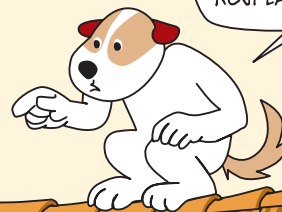


3. Izračunaj opseg i površinu:



4. Nacrtaj kvadrat s duljinom stranice 5 cm. Izračunaj mu opseg i površinu.
5. Nacrtaj pravokutnik s duljinama stranica 4 cm i 3 cm. Izračunaj mu opseg i površinu.
6. Nacrtaj neki paralelogram s duljinama stranica 5 cm i 3 cm. Izračunaj mu opseg.
7. Kakvi su kutovi:
 - a) kvadrata:
 - b) pravokutnika:
 - c) paralelograma
8. Kakve su stranice:
 - a) kvadrata:
 - b) pravokutnika:
 - c) paralelograma
9. Koliki je zbroj unutarnjih kutova u bilo kojem trokutu?

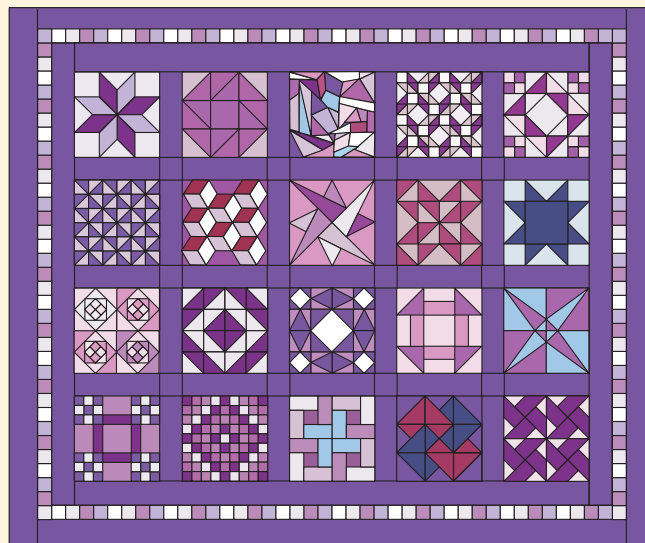
1, 2, 3,
PA NIKAD NEĆU
PREBROJITI SVE
CRJEPOVE. POSTOJI LI
KOJI LAKŠI NAČIN?



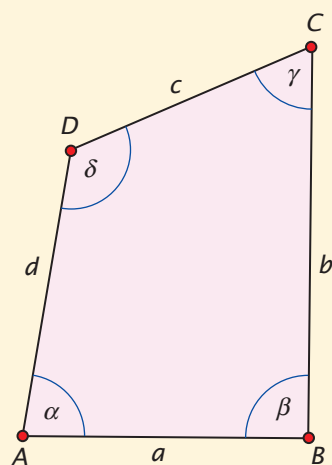
6.1. Četverokuti

Krpara

Krpara (Patchwork) je način izrade prekrivača spajanjem komadića platna u obliku raznih geometrijskih likova. Koje geometrijske likove prepoznaješ na prekrivaču na slici?



Četverokut
Označavanje
četverokuta



Četverokut je dio ravnine omeđen s četiri dužine koje imaju zajedničke krajnje točke. Pritom nijedna trojka točaka ne pripada istom pravcu

Vrhovi četverokuta su točke. Označavamo ih velikim tiskanim slovima. Vrhovi četverokuta sa slike su A , B , C i D .

Stranice četverokuta sa slike su dužine \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} i \overline{DA} . Duljine stranica označavamo s $|AB|$, $|BC|$, $|CD|$ i $|DA|$ ili malim slovima a , b , c i d .

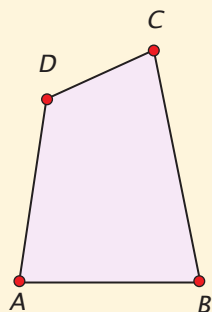
Grčka abeceda:

α alfa	ι jota	ρ ro
β beta	κ kapa	σ sigma
γ gama	λ lambda	τ tau
δ delta	μ mi	υ ipsilon
ϵ epsilon	ν ni	ϕ fi
ζ zeta	ξ ksi	χ hi
η eta	\omicron omikron	ψ psi
θ theta	π pi	ω omega

Unutarnji kutovi četverokuta ABCD su

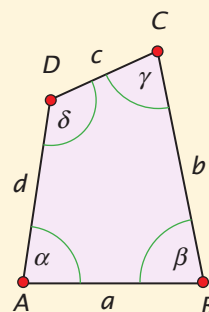
$\sphericalangle DAB$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$ i $\sphericalangle CDA$. Budući da je svakom vrhu četverokuta pridružen samo jedan unutarnji kut, često koristimo kraće oznake $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$ i $\sphericalangle D$. Veličine kutova označavaju se malim grčkim slovima α , β , γ i δ . Kut α se obično nalazi kod vrha A , kut β kod vrha B , kut γ kod vrha C , a kut δ kod vrha D .

Primjer 1. Opseg četverokuta



- Označi četverokut sa slike te ispiši njegove vrhove, stranice i kutove.
- Izmjeri duljine njegovih stranica i izračunaj mu opseg.

Rješenje:



- a) Vrhovi četverokuta:
 A, B, C i D
 Stranice četverokuta:
 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ i \overline{DA}
 Kutovi četverokuta:
 $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C$ i $\sphericalangle D$

- b) Duljine stranica: $a = 3$ cm, $b = 4$ cm,
 $c = 2$ cm i $d = 3$ cm.

Važno

Opseg četverokuta je zbroj duljina svih njegovih stranica, $o = a + b + c + d$.

$$o = 3 + 4 + 2 + 3 = 12 \text{ cm.}$$

Zadaci

- Označi četverokut te ispiši njegove vrhove, stranice i kutove.

Vrhovi četverokuta:

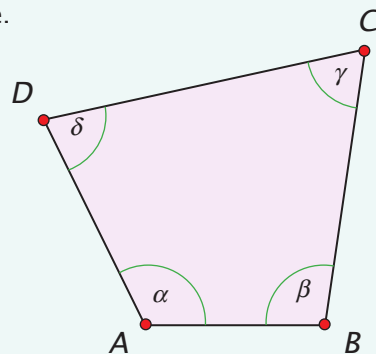
Stranice četverokuta:

Kutovi četverokuta:

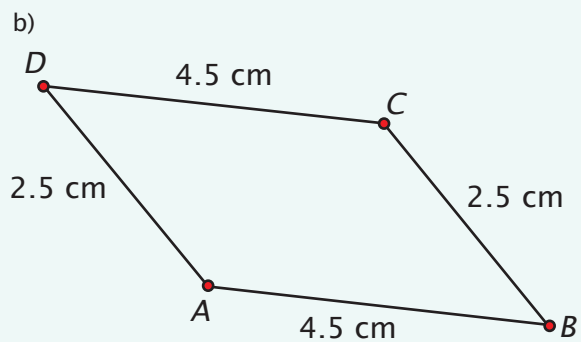
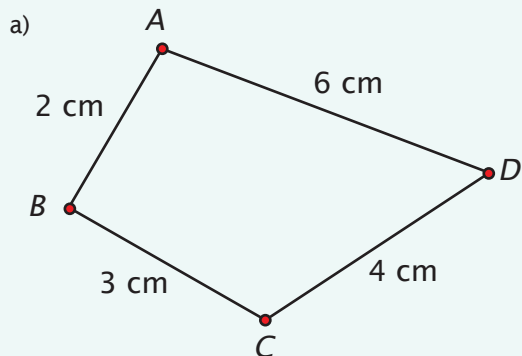
Duljine stranica:

Veličine kutova: _____

Opseg: _____



- Izračunaj opseg nacrtanog četverokuta.



- Izračunaj opseg četverokuta.

- $a = 5$ cm, $b = 9$ cm, $c = 6$ cm, $d = 3$ cm;
- $a = 6$ dm, $b = 5.3$ dm, $c = 7.8$ dm, $d = 4.4$ dm;
- $a = 1.5$ m, $b = 0.7$ m, $c = 0.9$ m, $d = 1.3$ m.

- Izračunaj opseg četverokuta.

- $a = 50$ cm, $b = 9$ dm, $c = 65$ cm, $d = 6$ dm;
- $a = 66$ dm, $b = 5.2$ m, $c = 9.8$ m, $d = 57$ dm;
- $a = 1.5$ m, $b = 7$ dm, $c = 123$ cm, $d = 6.7$ dm.

- Izmjeri duljine stranica školske klupe i izračunaj njen opseg.
- Izmjeri duljine stranica jednog lista tvoje bilježnice i izračunaj njegov opseg.
- Procijeni opseg poda učionice, a zatim točno izmjeri i izračunaj.

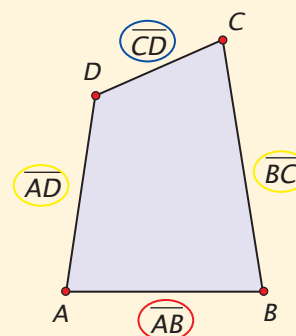
Primjer 2.

Sa pojmovima susjednih i nasuprotnih stranica već ste se susreli. Prisjetimo se zajedno.



Susjedne stranice četverokuta su njegove stranice koje imaju jedan zajednički vrh. Stoga su stranici \overline{AB} susjedne stranice \overline{BC} i \overline{AD} .

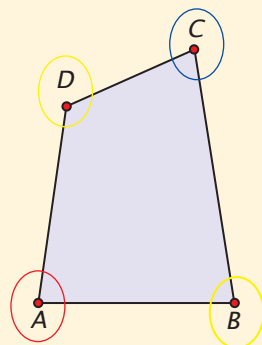
Nasuprotne stranice četverokuta su stranice koje nemaju zajedničkih točaka. Nasuprotna stranica stranici \overline{AB} je stranica \overline{CD} .



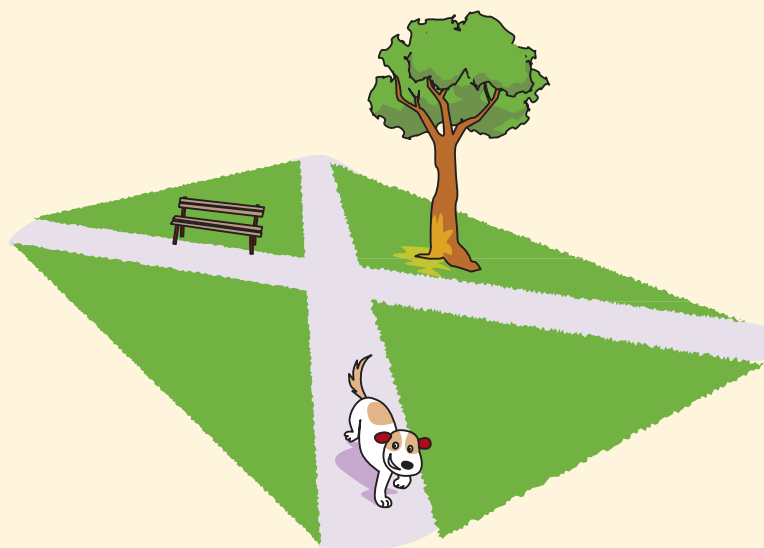
susjedne i nasuprotne stranice
susjedni i nasuprotni vrhovi

Susjedni vrhovi nekog vrha četverokuta su vrhovi njegovih susjednih stranica. Vrhovi koji ne pripadaju istoj stranici četverokuta su **nasuprotni vrhovi** četverokuta.

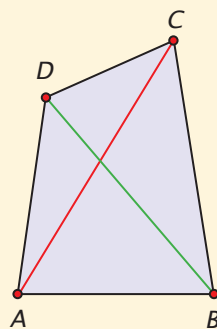
Stoga su vrhu A susjedni vrhovi B i D, a nasuprotnan mu je vrh C.



U četverokutu se pojavljuje jedna dužina koju trokut nema - to je dijagonala.



Svaki četverokut ima dvije dijagonale. Na četverokutu $ABCD$ to su dužine \overline{AC} i \overline{BD} .



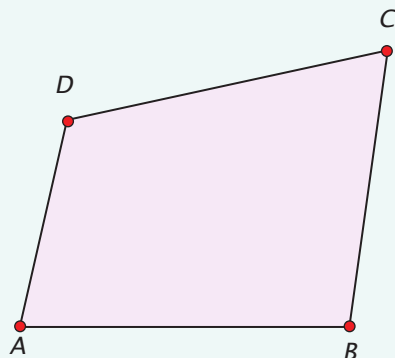
Dijagonale
četverokuta

Važno

Dijagonala četverokuta je dužina koja spaja dva nasuprotna vrha četverokuta.

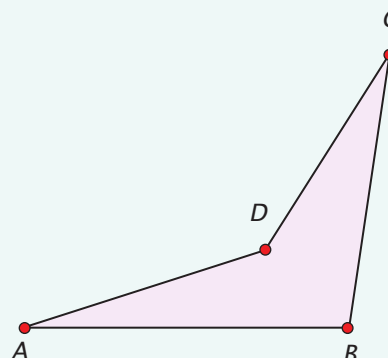
Zadaci

5.



- Koje stranice su susjedne stranici \overline{BC} ?
- Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{BC} ?
- Koji vrhovi su susjedni vrhu C ?
- Koji vrh je nasuprotan vrhu C ?
- Koje stranice su susjedne stranici \overline{AD} ?
- Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{AD} ?
- Koji vrhovi su susjedni vrhu D ?
- Koji vrh je nasuprotan vrhu D ?

6.

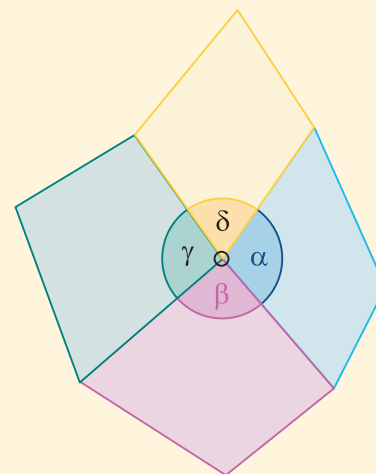


- Koje stranice su susjedne stranici \overline{BC} ?
- Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{BC} ?
- Koji vrhovi su susjedni vrhu C ?
- Koji vrh je nasuprotan vrhu C ?
- Koje stranice su susjedne stranici \overline{AD} ?
- Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{AD} ?
- Koji vrhovi su susjedni vrhu D ?
- Koji vrh je nasuprotan vrhu D ?

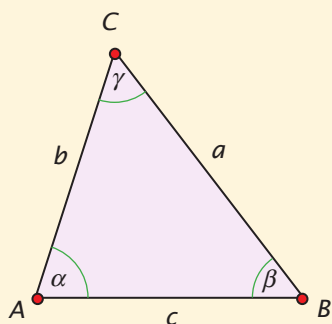
6.2. Zbroj kutova u četverokutu

Prekrivač

Markova majka želi sašiti prekrivač spajanjem četiriju četverokuta. Koliki bi kutovi trebali biti u središnjem dijelu prekrivača da se svi dijelovi mogu lijepo spojiti zajedno? Koliki mora biti zbroj tih kutova?

**Primjer 1. Zbroj kutova u trokutu**

Koliki je zbroj unutarnjih kutova u svakom trokutu?

**Rješenje:**

Naravno, 180° .

Za svaki trokut vrijedi $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

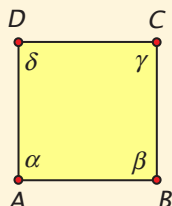
Primjer 2. Zbroj kutova u kvadratu

Koliki je zbroj u unutarnjih kutova u kvadratu?

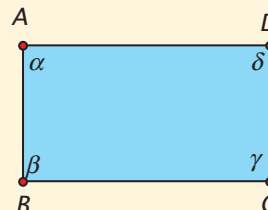
Rješenje:

Kvadrat ima sve kutove prave, stoga vrijedi:

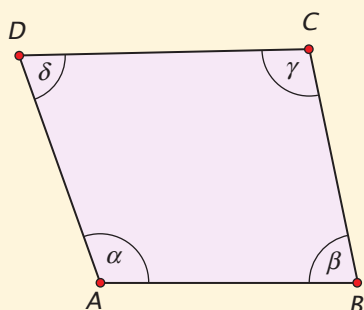
$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma + \delta &= \\ &= 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = \\ &= 4 \cdot 90^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$



S obzirom na to da i pravokutnik ima sve kutove prave, njemu također zbroj unutarnjih kutova iznosi 360° .



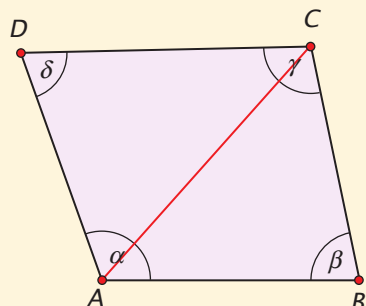
Primjer 3. Zbroj kutova u četverokutu



Koliki je zbroj kutova u četverokutu?

Rješenje:

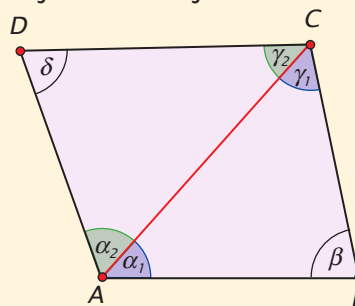
Nacrtamo li jednu dijagonalu, primjerice \overline{AD} , podijelit ćemo četverokut na dva trokuta. Budući da je u svakom od tih trokuta zbroj kutova 180° , zaključujemo da je zbroj kutova u četverokutu 360° . Isti zaključak bismo izveli i da smo nacrtali drugu dijagonalu.



Važno

Zbroj kutova u četverokutu je 360° .
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$.

Tu tvrdnju možemo jednostavno dokazati.



Nacrtavši dijagonalu podijelili smo kut α na dva dijela - označimo ih s α_1 i α_2 . Pritom smo i kut γ podijelili na dva dijela, koje ćemo označiti s γ_1 i γ_2 . Za te kutove vrijedi:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \text{ i } \gamma = \gamma_1 + \gamma_2.$$

Za trokut $\triangle ABD$ vrijedi $\alpha_1 + \beta + \gamma_1 = 180^\circ$, a za

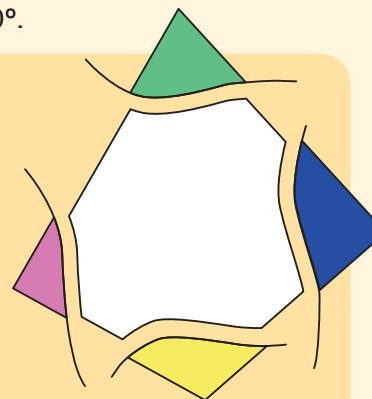
trokut $\triangle ACD$ $\alpha_2 + \gamma_2 + \delta = 180^\circ$.

Za četverokut $ABCD$ tada vrijedi:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma + \delta &= \alpha_1 + \alpha_2 + \beta + \gamma_1 + \gamma_2 + \delta = \\ &= (\alpha_1 + \beta + \gamma_1) + (\alpha_2 + \gamma_2 + \delta) = \\ &= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$

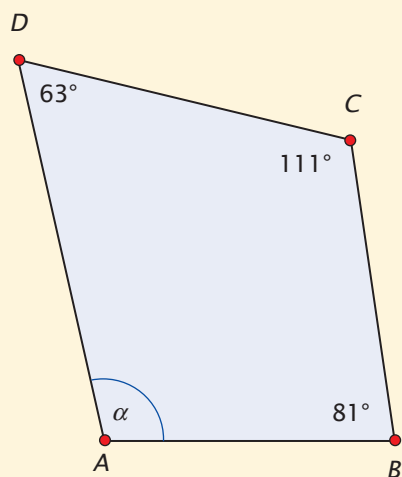
Papirnati dokaz.

1. Nacrtaj četverokut na papiru pa ga izreži.
2. Pobočaj svaki kut drugom bojom.
3. Odreži sva četiri kuta četverokuta.
4. Spoji ih vrhovima i vidjet ćeš da čine puni kut.



Primjer 4. Izračunaj nepoznati kut

U četverokutu $ABCD$ poznate su veličine triju kutova: $\beta = 81^\circ$, $\gamma = 111^\circ$ i $\delta = 63^\circ$. Koliki je kut α ?



Rješenje:

Znamo da je zbroj kutova u svakom četverokutu 360° . Dakle, ako od 360° oduzmemo zbroj zadanih kutova, dobit ćemo četvrti kut tog četverokuta.

Zbrojimo veličine triju zadanih kutova
 $81^\circ + 111^\circ + 63^\circ = 255^\circ$

Veličinu kuta α dobit ćemo tako da od 360° oduzmemo taj zbroj.

$$\alpha = 360^\circ - 255^\circ = 105^\circ. \text{ Kut } \alpha \text{ iznosi } 105^\circ.$$

Može i ovako:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha + 81^\circ + 111^\circ + 63^\circ = 360^\circ$$

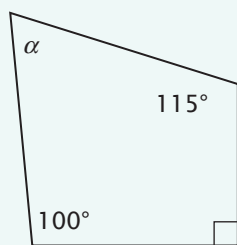
$$\alpha + 255^\circ = 360^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 255^\circ = 105^\circ.$$

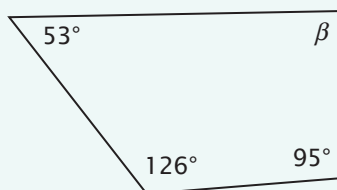
Zadaci

1. Koliki je nepoznati kut četverokuta sa slike?

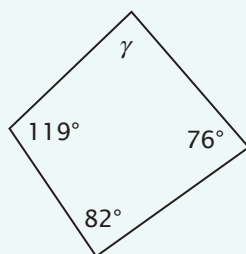
a)



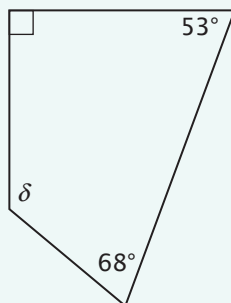
b)



c)



d)



2. Izračunaj nepoznati kut četverokuta.

α	β	γ	δ
100°	25°	125°	
94°	88°		106°
67°		81°	101°
	89°	91°	95°

3. Odredi sve kutove četverokuta, ako je zadano:

- Kut β je za 50° veći od kuta α , kut γ je za 25° manji od kuta α , a kut δ je za 40° veći od kuta α .
- Kut α je dvostruko veći od kuta β , kut γ je trostruko veći od kuta β , a kut δ četverostruko je veći od kuta β .
- Kut α je za 45° veći od kuta β , kut β je za 45° veći od kuta γ , a kut γ je za 45° veći od kuta δ .

4. Nacrtaj neka svoja tri četverokuta. Za svaki nacrtani četverokut:

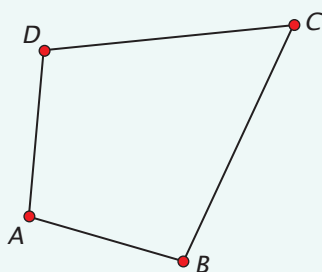
- izmjeri veličine njihovih kutova;
- izračunaj zbroj tih kutova;
- izmjeri duljine njihovih stranica;
- izračunaj im opseg.

Vježbalica

1. Izračunaj opseg četverokuta ako su mu stranice duljina:

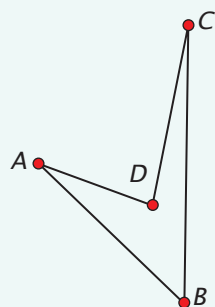
- a) $a = 14$ cm, $b = 1.5$ dm, $c = 120$ mm, $d = 13$ cm;
- b) $a = 450$ mm, $b = c = 37$ cm, $d = 4.2$ dm;
- c) $a = d = 7.3$ cm, $b = c = 65$ mm.

2.



- a) Koje stranice su susjedne stranici \overline{BC} ?
- b) Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{BC} ?
- c) Koji vrhovi su susjedni vrhu C ?
- d) Koji vrh je nasuprotan vrhu C ?
- e) Koje stranice su susjedne stranici \overline{AD} ?
- f) Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{AD} ?
- g) Koji vrhovi su susjedni vrhu D ?
- h) Koji vrh je nasuprotan vrhu D ?

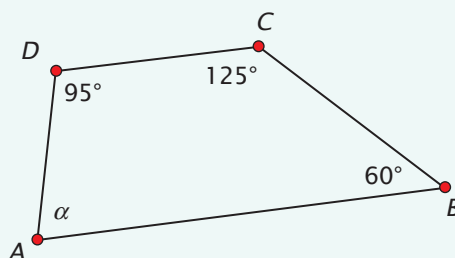
3.



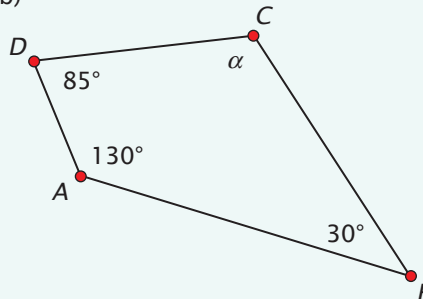
- a) Koje stranice su susjedne stranici \overline{BC} ?
- b) Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{BC} ?
- c) Koji vrhovi su susjedni vrhu C ?
- d) Koji vrh je nasuprotan vrhu C ?
- e) Koje stranice su susjedne stranici \overline{AD} ?
- f) Koja stranica je nasuprotna stranici \overline{AD} ?
- g) Koji vrhovi su susjedni vrhu D ?
- h) Koji vrh je nasuprotan vrhu D ?

4. Koliki je nepoznati kut četverokuta sa slike?

a)



b)



5. Izračunaj nepoznati kut četverokuta.

α	β	γ	δ
131°	45°	61°	
36°	99°		122°
48°		129°	72°
	18°	158°	88°

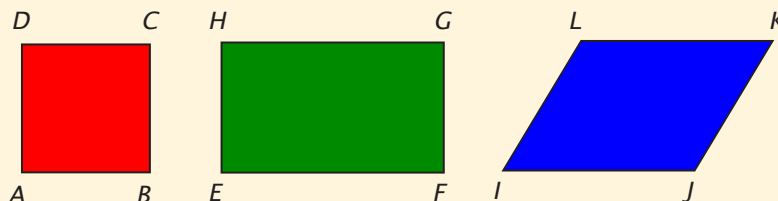
6. Odredi sve kutove četverokuta, ako je zadano:

- a) Kut β je za 16° veći od kuta α , kut γ je za 112° veći od kuta α , a kut d je za 72° veći od kuta α .
- b) Kut α je za 27° veći od kuta β , kut γ je trostruko veći od kuta β , a kut δ je za 15° manji od kuta β .
- c) Kut α je za 96° manji od kuta γ , kut β je za 47° manji od kuta γ , a kut δ je za 23° veći od kuta γ .
- d) Kut a je za 48° veći od kuta δ , kut b je dvostruko manji od kuta δ , a kut γ je za 38° manji od kuta δ .

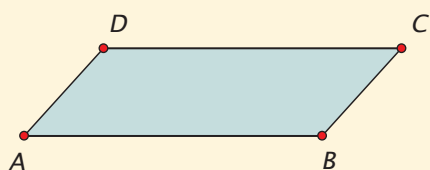
6.3. Paralelogram

Imena četverokuta

Napiši imena nacrtanih četverokuta.



Neke posebne četverokute već smo upoznali. Jedan od njih je paralelogram koji je dobio ime po svojim paralelnim, tj. usporednim stranicama, $AB \parallel DC$ i $BC \parallel AD$.

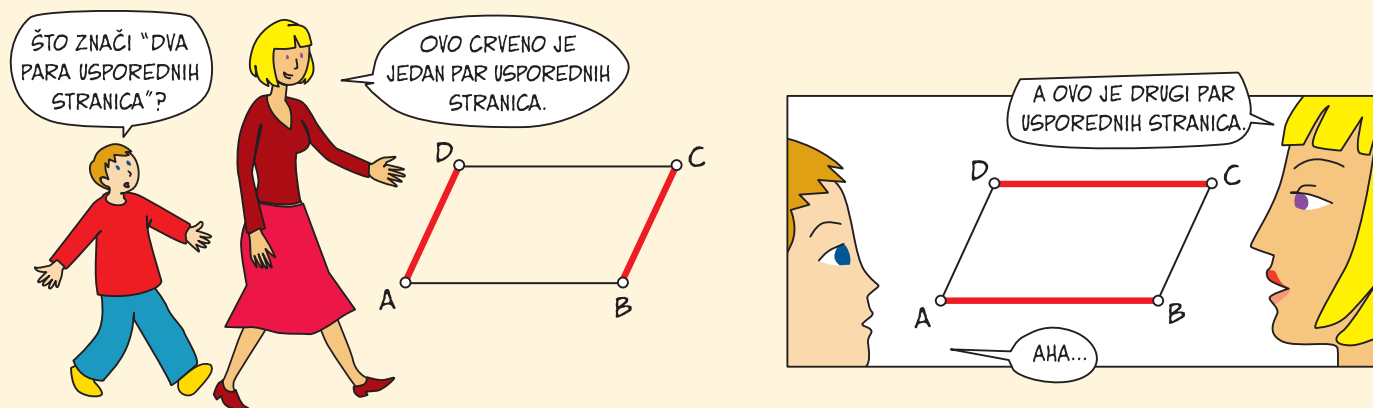


Važno

Paralelogram je četverokut koji ima dva para međusobno usporednih stranica.

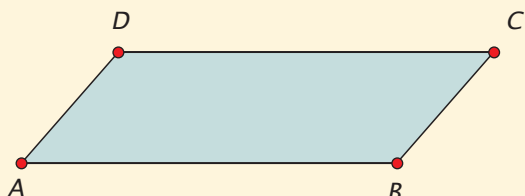


Paralelogram ima nekoliko važnih svojstava koje ćemo upoznati u sljedećim primjerima.



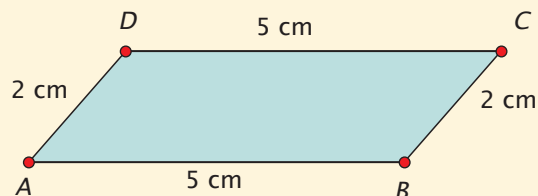
Primjer 1.
Nasuprotne stranice paralelograma

Izmjeri duljine stranica paralelograma na slici. Kakve su duljine nasuprotnih stranica paralelograma?



Rješenje:

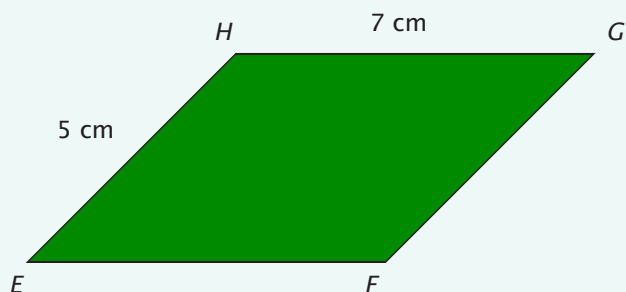
Promotrimo duljine nasuprotnih stranica paralelograma. Prema slici zaključujemo da one imaju jednake duljine.



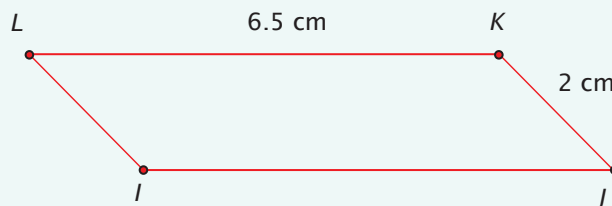
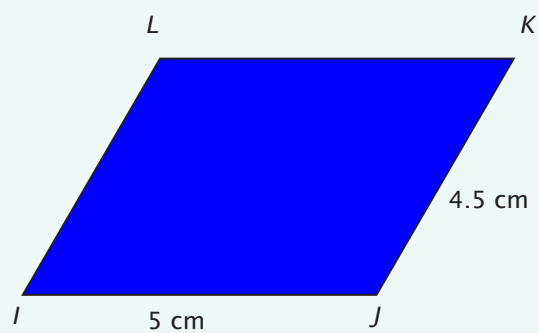
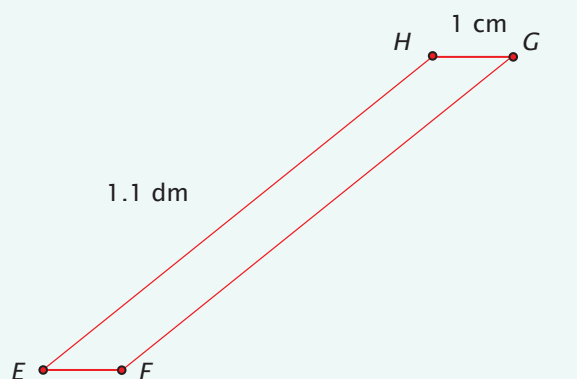
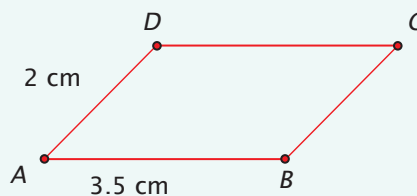
U svakom paralelogramu nasuprotne stranice imaju jednake duljine.

Zadaci

1. Odredi duljine svih stranica paralelograma.

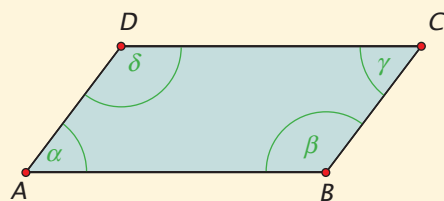


2. Odredi duljine svih stranica paralelograma.



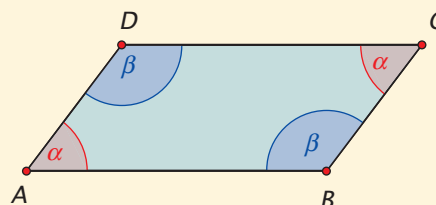
Primjer 2. Nasuprotni kutovi paralelograma

Kakvi su nasuprotni kutovi paralelograma?



Rješenje:

Nasuprotni kutovi α i γ su šiljasti kutovi s usporednim kracima, dakle njihove veličine su jednake $\alpha = \gamma$. Iz istog razloga i kutovi β i δ imaju jednake veličine.



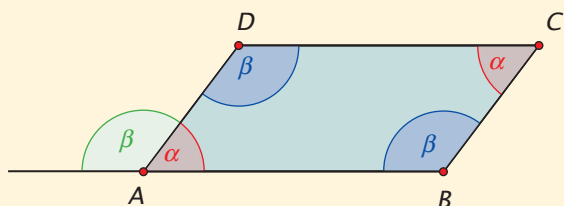
Nasuprotni kutovi paralelograma su jednakih

Primjer 3. Susjedni kutovi paralelograma

Kakvi su susjedni kutovi paralelograma?

Produžimo li stranice paralelograma uočit ćemo da su kutovi α i β kutovi uz presječnicu. Jedan od njih je tupi, a drugi šiljasti, dakle njihov zbroj iznosi 180° .

Rješenje:



Zbroj veličina susjednih kutova paralelograma je 180° .
 $\alpha + \beta = 180^\circ$.

DAKLE, ŠILJASTI KUTOVI PARALELOGRAMA SU JEDNAKI.

I TUPI KUTOVI PARALELOGRAMA SU JEDNAKI.

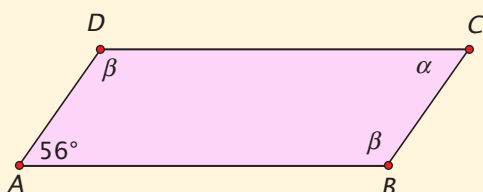


A JA ZNAM JEDAN PARALELOGRAM ČIJI KUTOVI NISU NI ŠILJASTI NI TUPI. POGODI KAKO SE ZOVE!



Primjer 4. Izračunaj nepoznati kut paralelograma

Šiljasti kut paralelograma iznosi 56° , koliki su ostali njegovi kutovi?



Rješenje:

Svojstva paralelograma koja smo dosad naučili omogućuju nam da jednostavno izračunavamo sve kutove paralelograma. Dovoljno je da znamo veličinu jednog kuta.

Zadani šiljasti kut označimo s α , $\alpha = 56^\circ$. Kut nasuprot njemu također iznosi 56° . Susjedni kut β dobit ćemo iz jednakosti: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

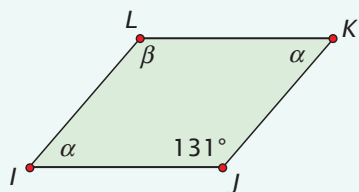
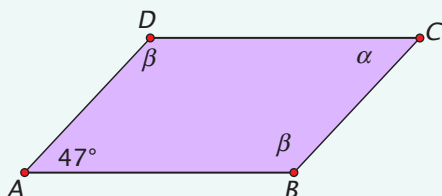
$$56^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ.$$

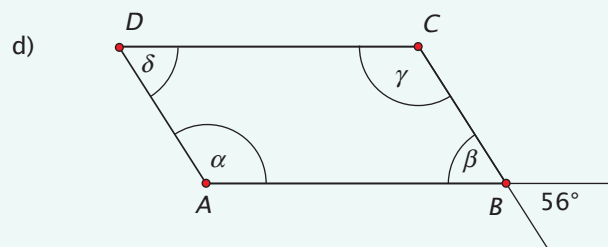
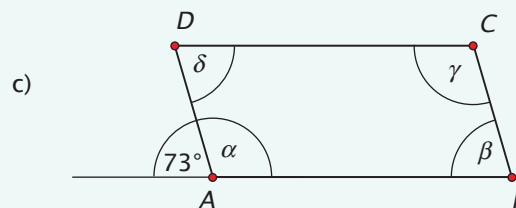
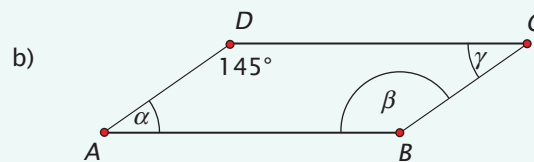
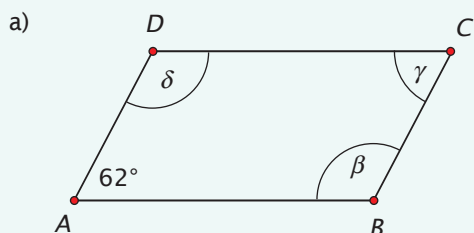
Zadani paralelogram ima dva kuta od 56° i dva kuta od 124° .

Zadaci

3. Odredi veličine svih kutova paralelograma.



4. Odredi veličine svih kutova paralelograma.



5. a) Koliko šiljastih kutova ima paralelogram?
b) Koliko tupih kutova ima paralelogram?



Kad smo učili sukladnost trokuta dokazali smo još neka svojstva paralelograma. Na temelju svojstava paralelograma zaključujemo da paralelogram možemo opisati na četiri načina:

- ✓ Paralelogram je četverokut kojemu su nasuprotni kutovi jednakih veličina.
- ✓ Paralelogram je četverokut kojemu su po dvije nasuprotne stranice usporedne.
- ✓ Paralelogram je četverokut kojemu se dijagonale međusobno raspolavljaju.
- ✓ Paralelogram je četverokut kojemu su nasuprotne stranice jednakih duljina.

Provjerom bilo kojih od navedenih svojstava možemo za neki četverokut dokazati da je paralelogram.

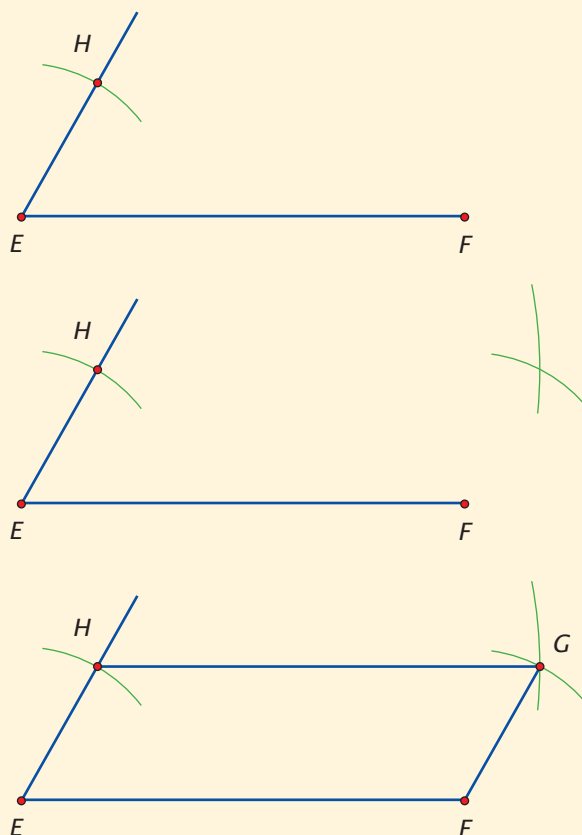
Naučili smo kako možemo prepoznati paralelogram pa će nam sad biti jednostavnije konstruirati ga. Iz navedenih svojstava paralelograma vidimo da je za konstrukciju paralelograma potrebno znati duljine njegovih stranica i veličinu jednog kuta.

Primjer 5. Konstrukcija paralelograma

Konstruiraj paralelogram $EFGH$ sa stranicama duljine 6 cm i 2 cm i kutom 60°

Rješenje:

1. Nacrtajmo dužinu \overline{EF} duljine 6 cm.
2. Zatim u točki E konstruiramo kut od 60° , tako da mu je dužina \overline{EF} jedan krak.
3. Na drugom kraku kuta šestarom nanesimo duljinu od 2 cm iz točke E i tako dobijemo točku H .
4. Iz točke H nacrtamo kružni luk polumjera 6 cm.
5. Iz točke F nacrtamo kružni luk polumjera 2 cm.
6. Sjecište tih kružnih lukova je vrh G .



Zadaci

6. Konstruiraj paralelogram kojemu su zadane:
- stranice duljina 5 cm i 3 cm, a kut između njih 30° ;
 - stranice duljina 4 cm i 6 cm, a kut između njih 60° ;
 - stranice duljina 6 cm i 3 cm, a kut između njih 120° ;
 - stranice duljina 4.5 cm i 6.5 cm, a kut između njih 45° .
7. Nacrtaaj paralelogram kojemu su zadane:
- stranice duljina 4 cm i 5 cm, a kut između njih 40° ;
 - stranice duljina 4.5 cm i 6.5 cm, a kut između njih 70° ;
 - stranice duljina 5 cm i 3 cm, a kut između njih 100° ;
 - stranice duljina 5.5 cm i 7.5 cm, a kut između njih 130° .

Paralelogram možemo nacrtati i pomoću usporednica.



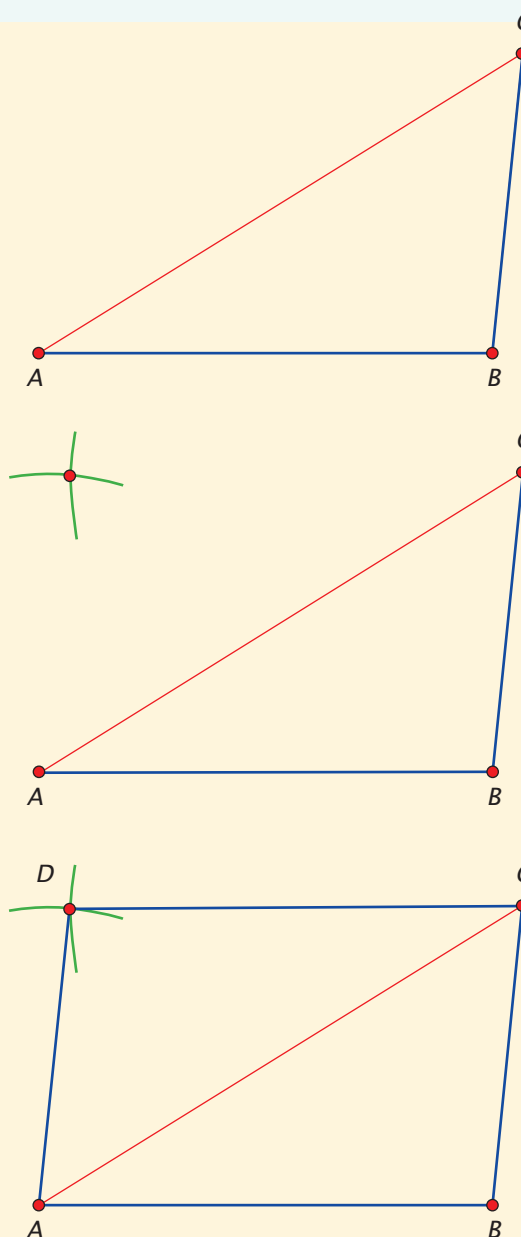
Primjer 6.

Konstruiraj paralelogram $ABCD$ kojemu su duljine stranica $|AB| = 6$ cm i $|BC| = 4$ cm, a duljina dijagonale $|AC| = 7.5$ cm.

Rješenje:

Dijagonale dijele paralelogram na dva sukladna trokuta. Paralelogram možemo konstruirati i ako su mu zadane duljine stranica i duljina dijagonale.

- Konstruiramo trokut $\triangle ABC$, kojemu su duljine dviju stranica jednake zadanim stranicama, a treća duljini dijagonale.
- Iz točke A nacrtamo kružni luk polumjera 4 cm.
- Iz točke C nacrtamo kružni luk polumjera 6 cm.
- Sjecište tih kružnih lukova je vrh D .



Zadaci

8. Konstruiraj paralelogram kojemu su zadane:

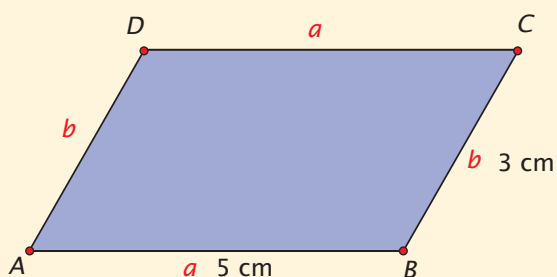
- stranice duljina 5 cm i 3 cm, a duljina dijagonale 6 cm;
- stranice duljina 3.5 cm i 6 cm, a duljina dijagonale 8 cm;

c) stranice duljina 4 cm i 3 cm, a duljina dijagonale 5 cm;

d) stranice duljina 4.5 cm i 6.5 cm, a duljina dijagonale 8.5 cm.

Primjer 7. Opseg paralelograma

Izračunaj opseg paralelograma sa stranicama duljine 5 cm i 3 cm.



Rješenje:

Prisjetimo se da je opseg četverokuta zbroj duljina svih njegovih stranica. Pa tako za raznostraničan četverokut opseg računamo po formuli $o = a + b + c + d$.

Kako bismo izračunali opseg paralelograma? Paralelogram ima dva para jednakih stranica, čije duljine označavamo s a i b .

$$o = a + a + b + b$$

Skraćeno zapisujemo $o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ tj.

$$o = 2(a + b).$$

Važno

Opseg paralelograma

$$o = 2(a + b)$$

$$o = 2a + 2b$$

Sad znamo izračunati opseg zadanog paralelograma.

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$o = ?$$

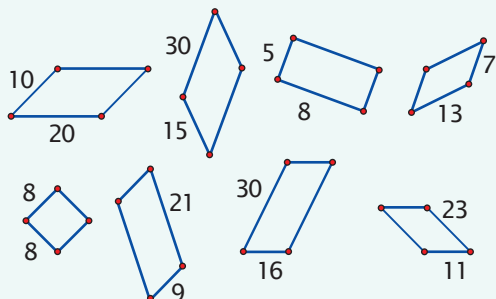
$$o = 2(a + b) = 2(5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm.}$$

Zadaci

9. Izračunaj opseg paralelograma kojemu su zadane:

- stranice duljina 6 cm i 4 cm;
- stranice duljina 3.5 cm i 6 cm;
- stranice duljina 4 dm i 30 cm.

10. Napamet izračunaj opsege ovih paralelograma, sve duljine su u centimetrima:

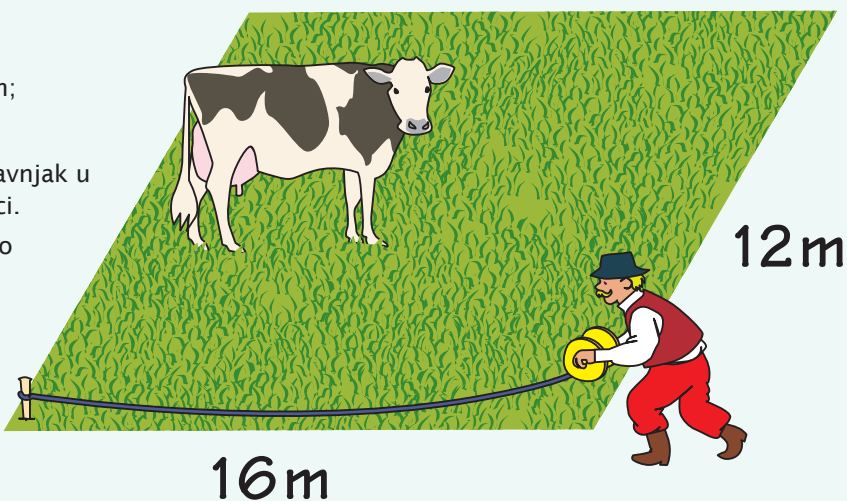


11. Stranica a paralelograma iznosi 12 cm, a stranica b je za 1 cm dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog paralelograma?

12. Stranica b paralelograma iznosi 2 dm, a stranica a je dvostruko manja od stranice a . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog paralelograma?

13. Stranica a paralelograma iznosi 1.4 cm, a stranica b je trostruko dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog paralelograma?

14. Stranica b paralelograma iznosi 15 cm, a stranica a je za 2.3 cm kraća od stranice b . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog paralelograma?
15. Odredi duljinu nepoznate stranice paralelograma ako su zadani opseg i duljina jedne stranice:
- $a = 20$ cm, $b = 4$ cm;
 - $a = 145$ dm, $b = 5.2$ m;
 - $a = 24$ m, $b = 865$ mm;
 - $a = 1245.76$ cm, $b = 1123$ mm;
 - $a = 36.36$ m, $b = 163$ cm.
16. Lukin djed želi žicom ograditi travnjak u obliku paralelograma, kao na slici.
- Koliko mu je žice potrebno ako ograđuje travnjak jednim redom žice?
 - Koliko mu je žice potrebno ako ograđuje travnjak s tri reda žice?



- c) Jesu li četiri stupa dovoljna za postavljanje te ograde? Zašto?
Koliko bi trebao biti razmak između stupova koji drže žicu?
- d) S obzirom na to da se za svaki stup žica treba pričvrstiti držačem, izračunaj koliko držača je potrebno ako se postavljaju tri reda žice, a razmak među stupovima je 2 m.

Primjer 8. Površina paralelograma

Koje podatke o paralelogramu moramo znati da bismo mu mogli izračunati površinu?

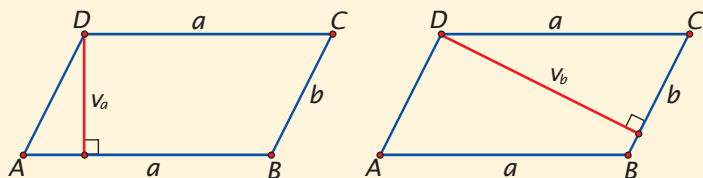
Rješenje:

Prisjetimo se da nam je za površinu trokuta bila potrebna duljina njegove visine.

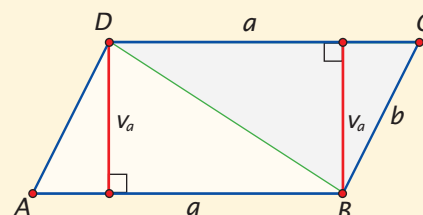
Važno

Visina paralelograma je dužina povučena okomito na stranicu iz nasuprotnog vrha.

S obzirom na to da paralelogram ima dvije stranice različitih duljina, ima i dvije visine različitih duljina. Visinu na stranicu a označavamo s v_a , a visinu na stranicu b s v_b .



Želimo odrediti površinu paralelograma. Pogledajmo sliku.



Dijagonala \overline{BD} dijeli paralelogram na dva sukladna trokuta $\triangle ABD$ i $\triangle CBD$. Oba trokuta imaju sukladnu stranicu a i visinu na nju v_a . Površinu tog trokuta možemo izračunati pomoću formule: $P_{\Delta} = \frac{a \cdot v_a}{2}$. Površina paralelograma jednaka je dvostrukoj površini tog trokuta.

$$P = 2 \cdot P_{\Delta} = 2 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = a \cdot v_a.$$

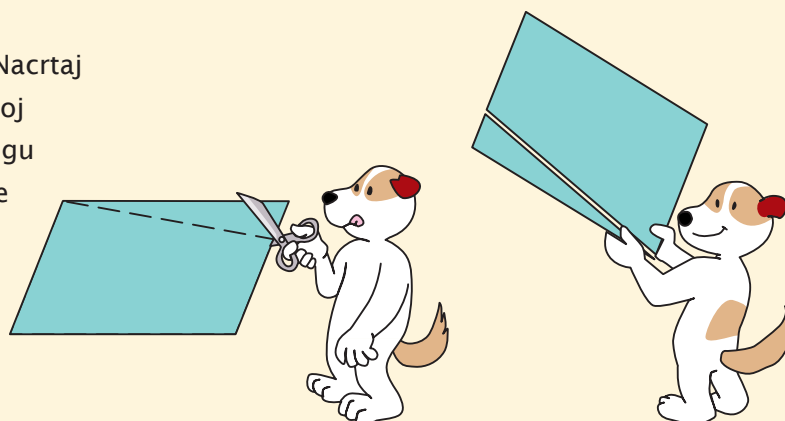
Površinu paralelograma možemo računati i pomoću druge stranice i pripadne visine $P = b \cdot v_b$.

Važno

Površina paralelograma je $P = a \cdot v_a$ i $P = b \cdot v_b$

Papirnati dokaz.

Nacrtaj neki paralelogram i izreži ga. Nacrtaj mu visinu v_b . Prereži paralelogram po toj visini. Premjesti taj izrezani dio na drugu stranu. Dobio si pravokutnik kojemu je jedna stranica b , a druga v_b . Njegova površina je $P = b \cdot v_b$

**Primjer 9. Površina paralelograma**

Kolika je površina paralelograma kojemu je duljina jedne stranice 7.5 cm, a duljina pripadne visine 4.4 cm?

Rješenje:

$$a = 7.5 \text{ cm}$$

$$v_a = 4.4 \text{ cm}$$

$$P = a \cdot v_a = 7.5 \cdot 4.4 = 33 \text{ cm}^2.$$

Površina tog paralelograma iznosi 33 cm².

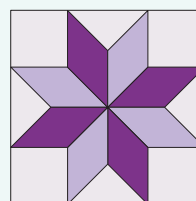
Zadaci

17. Izračunaj površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice a i pripadne visine v_a .
- $a = 6 \text{ cm}$, $v_a = 4 \text{ cm}$;
 - $a = 16 \text{ dm}$, $v_a = 41 \text{ dm}$;
 - $a = 60 \text{ cm}$, $v_a = 4 \text{ dm}$;
 - $a = 76 \text{ dm}$, $v_a = 4 \text{ m}$.

18. Izračunaj površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice b i pripadne visine v_b .
- $b = 5 \text{ cm}$, $v_b = 7 \text{ cm}$;
 - $b = 6.5 \text{ dm}$, $v_b = 8.7 \text{ dm}$;
 - $b = 5 \text{ dm}$, $v_b = 60 \text{ cm}$;
 - $b = 5.7 \text{ m}$, $v_b = 76 \text{ dm}$.

19. Ukrasna kutija ima kartonsko dno oblika paralelograma, s duljinom jedne stranice 8.4 cm i pripadnom visinom 5 cm. Kolika je površina kartona potrebnog za dno te kutije?

20. Anina mama slaže prekrivač spajajući paralelograme u zvijezdu. Koliko joj je potrebno



svijetlo- i tamnoljubičastog materijala? Svi paralelogrami su jednake veličine, stranica im je 5 cm, a pripadna visina 3 cm.

Primjer 10. Visina paralelograma

Površina paralelograma iznosi 285 dm², a duljina jedne stranice je 1.5 m. Kolika je duljina pripadne visine paralelograma?

Rješenje:

Najprije je potrebno sve veličine zapisati u istoj mjernoj jedinici, pa ćemo zadanu stranicu zapisati u decimetrima $1.5 \text{ m} = 15 \text{ dm}$.

Da bismo izračunali duljinu pripadne visine paralelograma, moramo površinu paralelograma podijeliti s duljinom stranice.

$$P = 285 \text{ dm}^2$$

$$a = 1.5 \text{ m} = 15 \text{ dm}$$

$$v_a = ?$$

$$P = a \cdot v_a$$

$$285 = 15 \cdot v_a$$

$$v_a = 285 : 15 = 19 \text{ dm.}$$

Duljina pripadne visine je 19 dm.

Primjer 11. Visine paralelograma

Duljine stranica paralelograma su

$a = 9 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$. Duljina visine na stranicu a je $v_a = 4 \text{ cm}$. Kolika je duljina visine na stranicu b ?

Rješenje:

$a = 9 \text{ cm}$

$b = 6 \text{ cm}$

$v_a = 4 \text{ cm}$

$v_b = ?$

Najprije ćemo po formuli $P = a \cdot v_a$ izračunati površinu tog paralelograma, a zatim ćemo pomoću formule $P = b \cdot v_b$ izračunati visinu v_b .

$P = a \cdot v_a = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$

$P = b \cdot v_b$

$36 = 6 \cdot v_b$

$v_b = 36 : 6 = 6 \text{ cm}$

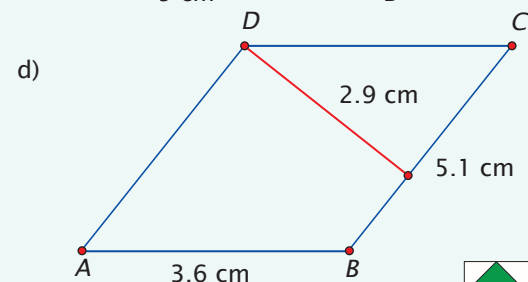
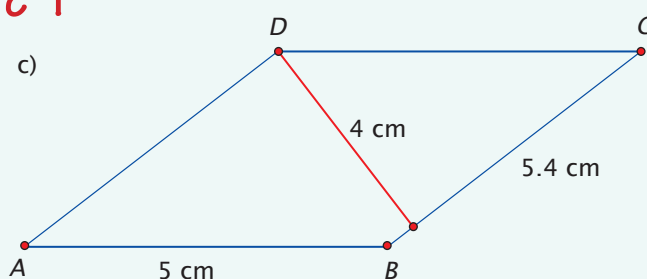
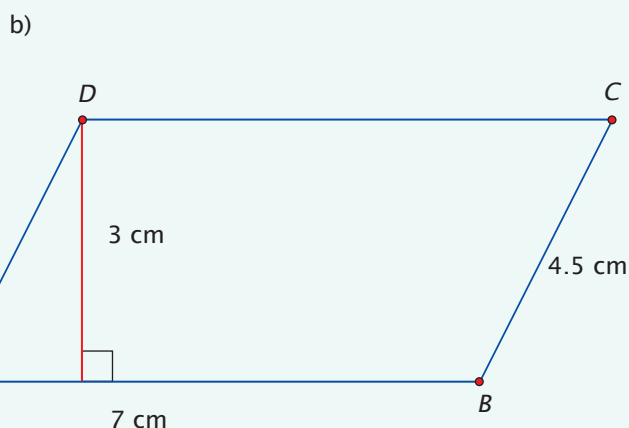
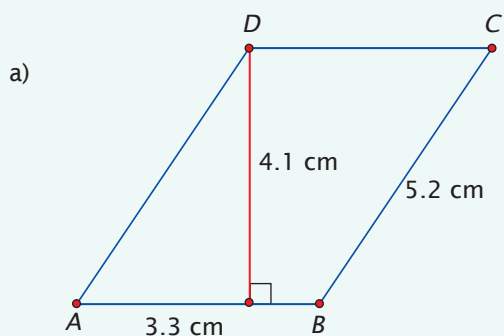
Visina na stranicu b dugačka je 6 cm.

Zadaci

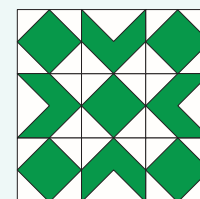
21. Izračunaj veličine paralelograma koje nedostaju.

a	10 cm		30 m	
b		8.6 dm		
v_a	7 cm		15 m	12 cm
v_b	3.5 cm			18 cm
o		60.2 dm	150 m	
P		86 dm ²		144 cm ²

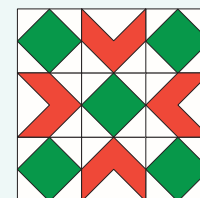
22. Izračunaj površinu, opseg i duljinu druge visine nacrtanih paralelograma.



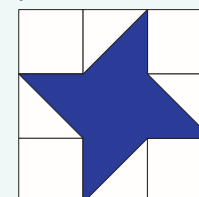
23. Izračunaj površinu zelenog dijela mozaika. Mozaik je sastavljen od devet kvadrata sa stranicom 4 cm; svi manji likovi se spajaju na polovištima stranica tih kvadrata.



24. Izračunaj površinu zelenog i crvenog dijela mozaika. Mozaik je sastavljen od devet kvadrata sa stranicom 1 dm; svi manji likovi se spajaju na polovištima stranica tih kvadrata.



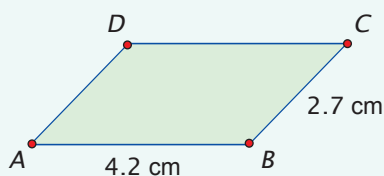
25. Uzorak na slici naziva se *prijateljska zvijezda* i koristi se pri izradi krpara (*Patchwork*). Nacrtan je u mreži kvadrata sa stranicom 5 cm. Je li potrebno više plavog ili bijelog platna za taj uzorak?



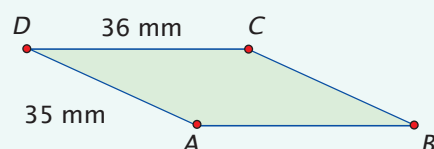
Vježbalica

1. Odredi duljine svih stranica paralelograma.

a)

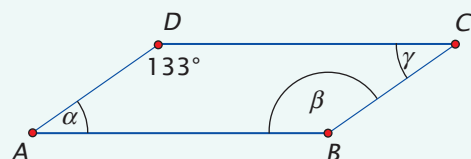


b)

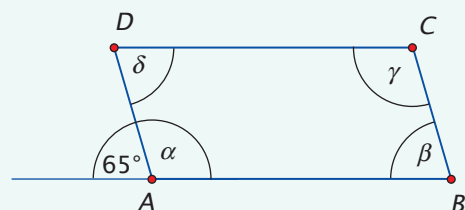


2. Odredi veličine svih kutova paralelograma.

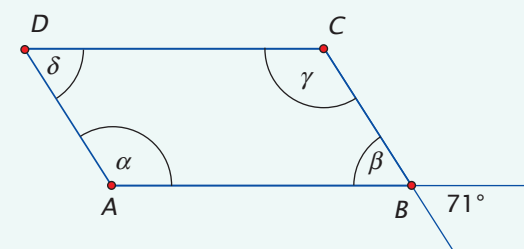
a)



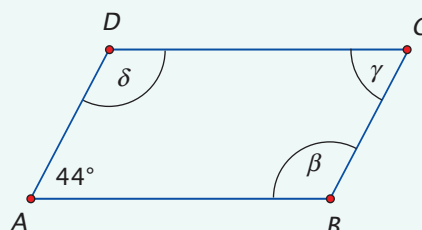
b)



c)



d)



3. Konstruiraj paralelogram kojemu su zadane:

- stranice duljina 5.6 cm i 3.5 cm, a kut između njih 30° ,
- stranice duljina 4.2 cm i 6.8 cm, a kut između njih 60° ,
- stranice duljina 6.3 cm i 3.9 cm, a kut između njih 120° ,
- stranice duljina 4.8 cm i 6.1 cm, a kut između njih 45° .

4. Nacrtaj paralelogram kojemu su zadane:

- stranice duljina 4.3 cm i 5.9 cm, a kut između njih 40° ,
- stranice duljina 19 mm i 13 mm, a kut između njih 70° ,
- stranice duljina 5.2 cm i 3.7 cm, a kut između njih 100° ,
- stranice duljina 41 mm i 0.6 dm, a kut između njih 130° .

5. Konstruiraj paralelogram kojemu su zadane:

- stranice duljina 5.4 cm i 3.8 cm, a duljina dijagonale 6.9 cm,
- stranice duljina 3.1 cm i 6.2 cm, a duljina dijagonale 81 mm,
- stranice duljina 4 cm i 74 mm, a duljina dijagonale 0.5 dm,
- stranice duljina 34 mm i 0.4 dm, a duljina dijagonale 0.6 dm.

6. Izračunaj opseg paralelograma kojemu su zadane:

- stranice duljina 33.8 cm i 27.9 cm,
- stranice duljina 3.7 dm i 529 mm,
- stranice duljina 11 dm i 423 cm.

7. Stranica a paralelograma iznosi 12.8 cm, a stranica b je za 2 cm dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog paralelograma?

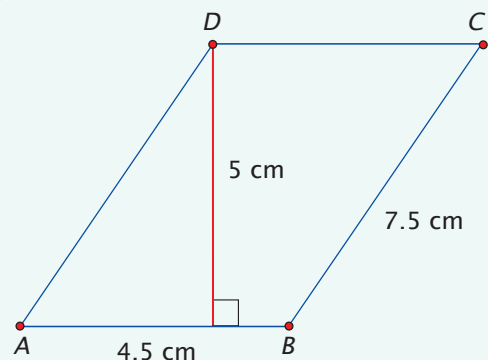
8. Stranica b paralelograma iznosi 5.6 dm, a stranica a je dvostruko manja od stranice a . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog paralelograma?
9. Stranica a paralelograma iznosi 11.1 cm, a stranica b je trostruko dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog paralelograma?
10. Stranica b paralelograma iznosi 8 dm, a stranica a je za 3 cm kraća od stranice b . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog paralelograma?
11. Odredi duljinu nepoznate stranice paralelograma ako su zadani opseg i duljina jedne stranice:
 - a) $o = 11.8$ cm, $b = 2.4$ cm,
 - b) $o = 12$ dm, $a = 0.36$ m,
 - c) $o = 0.246$ m, $b = 45$ mm,
 - d) $o = 19$ cm, $a = 55$ mm.
12. Izračunaj površinu paralelograma kojem je zadana duljina stranice a i pripadne visine V_a .
 - a) $a = 7$ cm, $V_a = 2.5$ cm
 - b) $a = 2.6$ dm, $V_a = 3$ dm
 - c) $a = 6$ cm, $V_a = 0.4$ dm
13. Izračunaj površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice b i pripadne visine V_b .
 - a) $b = 3.22$ cm, $V_b = 4.5$ cm
 - b) $b = 0.41$ dm, $V_b = 3.9$ cm
 - c) $b = 0.5$ dm, $V_b = 0.04$ m
14. Izračunaj duljinu visine V_a paralelograma kojemu je zadana duljina stranice a i površina:
 - a) $P = 308$ cm², $a = 14$ cm;
 - b) $P = 27.9$ cm², $a = 62$ mm;
 - c) $P = 9.43$ cm², $a = 0.41$ dm.
15. Izračunaj duljinu visine V_b paralelograma kojemu je zadana duljina stranice b i površina:
 - a) $P = 1364$ cm², $b = 44$ cm;
 - b) $P = 20.8$ cm², $b = 8$ cm;
 - c) $P = 12.25$ cm², $b = 25$ mm.
16. Izračunaj duljinu stranice a paralelograma kojemu je zadana duljina visine V_a i površina:
 - a) $P = 72$ cm², $V_a = 12$ cm;
 - b) $P = 9.1$ cm², $V_a = 2.6$ cm;
 - c) $P = 24.3$ cm², $V_a = 0.45$ dm.
17. Izračunaj duljinu stranice b paralelograma kojemu je zadana duljina visine V_b i površina:
 - a) $P = 195$ cm², $V_b = 13$ cm;
 - b) $P = 9.88$ cm², $V_b = 38$ mm;
 - c) $P = 2226$ mm², $V_b = 0.42$ dm.

18. Izračunaj veličine paralelograma koje nedostaju.

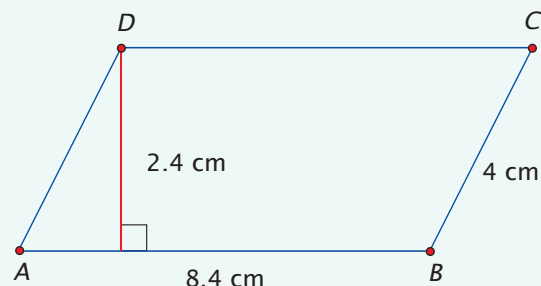
a	5.1 cm		0.56 m	
b		8 dm		
V_a	3.2 cm		24 m	32 cm
V_b	4.5 cm			0.5 cm
o		40 dm	19.6 m	
P		96 dm ²		12.8 cm ²

19. Izračunaj površinu, opseg i duljinu druge visine nacrtanih paralelograma.

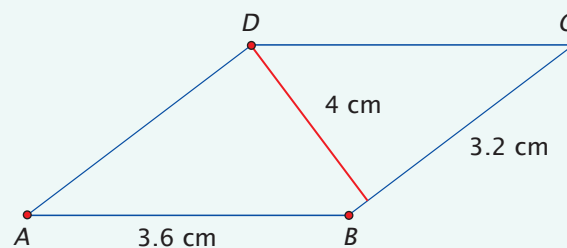
a)



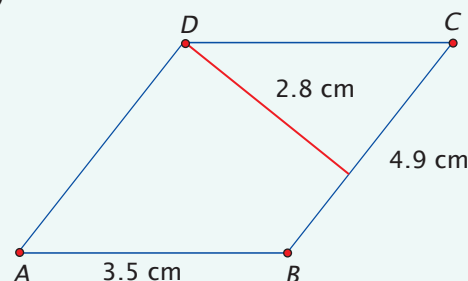
b)



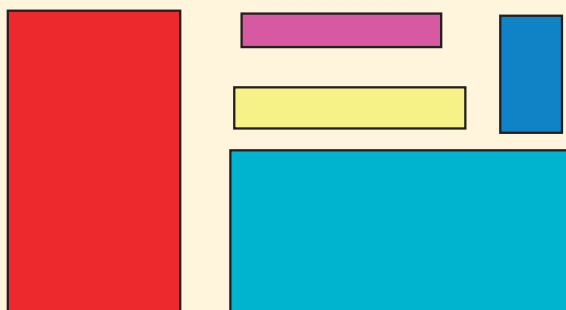
c)



d)

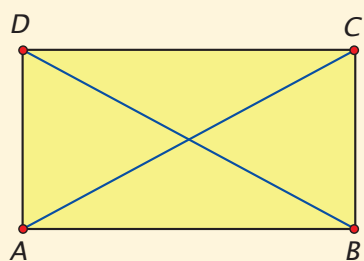


6.4. Pravokutnik



Obojani četverokuti

Kako se zovu nacrtani četverokuti? Izračunaj im opseg i površinu.



S pravokutnikom se susrećete već godinama. Ponovimo zajedno što sve znamo o pravokutniku:

- ima dva para usporednih stranica
- ima dva para jednakih stranica
- svi kutovi su mu pravi

Iz prva dva svojstva možemo zaključiti da je pravokutnik ujedno i paralelogram. Pravokutnik je posebna vrsta paralelograma. Posebnost pravokutnika je u tome što ima sve kutove prave i što su mu dijagonale jednakih duljina.

Svojstva
pravokutnika

Važno

Pravokutnik je paralelogram kojemu su svi kutovi pravi.
Dijagonale pravokutnika su jednakih duljina.

Tvrđnja o duljinama dijagonala može se dokazati pomoću sukladnosti trokuta.

Primjer 1. Opseg pravokutnika

Opseg pravokutnika je 40 cm, a duljina jedne njegove stranice 12 cm. Kolika je duljina druge stranice?

Rješenje:

$$o = 40 \text{ cm}$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$b = ?$$

Pravokutnik ima dva para stranica jednakih duljina, pa mu opseg računamo kao i paralelogramu $o = 2(a + b)$.

Opseg pravokutnika

$$o = 2(a + b)$$

$$o = 2a + 2b$$

Upotrijebit ćemo dulji oblik formule za opseg pravokutnika $o = 2a + 2b$ i prisjetiti se rješavanja jednadžbi. Nepoznanica je b .

$$40 = 2 \cdot 12 + 2b$$

$$40 = 24 + 2b$$

$$2b = 40 - 24$$

$$2b = 16$$

$$b = 16 : 2 = 8 \text{ cm.}$$

Duljina druge stranice tog pravokutnika je 8 cm.

Primjer 2. Površina pravokutnika

Površina pravokutnika je 36 cm^2 , a duljina jedne njegove stranice 12 cm . Kolika je duljina druge stranice?

Rješenje:

$$P = 36 \text{ cm}^2$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$b = ?$$

Budući da su svi kutovi pravokutnika pravi, njegove visine se poklapaju sa stranicama.

$$\text{Površina pravokutnika } P = a \cdot b$$

$$P = a \cdot b$$

$36 = 12 \cdot b$ Da bismo izračunali duljinu nepoznate stranice, moramo površinu podijeliti s duljinom zadane stranice.

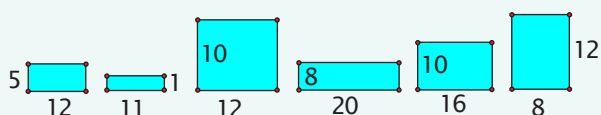
$$b = 36 : 12 = 3 \text{ cm.}$$

Duljina druge stranice tog pravokutnika je 3 cm .

Zadaci

- Nacrtaј pravokutnik i izračunaj mu opseg, ako mu je:
 - jedna stranica dvostruko dulja od druge;
 - jedna stranica trostruko dulja od druge;
 - jedna stranica za 2 cm dulja od druge;
 - jedna stranica za 3 cm kraća od druge.

- Napamet izračunaj opsege ovih pravokutnika:



- Izmjeri:
 - opseg prednje stranice tvoje bilježnice;
 - opseg prednje stranice udžbenika iz matematike;
 - opseg klupe u kojoj sjediš.



Ne zaboravi da sve veličine moraju biti u istim mjernim jedinicama

- Izračunaj opseg pravokutnika kojemu su duljine stranica:
 - $a = 6 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$;
 - $a = 6.5 \text{ dm}$, $b = 4 \text{ dm}$;
 - $a = 60 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ dm}$;
 - $a = 75 \text{ dm}$, $b = 3.4 \text{ m}$.

- Izračunaj veličinu koja nedostaje.

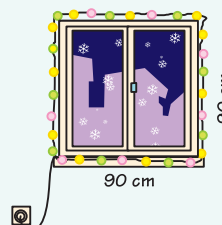
a		5 dm	45 cm	
b	10 cm			56 dm
o	48 cm	25 dm	20 dm	20 m

- Maja je sašila pravokutni stolnjak za baku. Još ga želi obrubiti ukrasnom trakom.
 - Koliko ukrasne trake treba kupiti, ako je stolnjak širok 1.2 m , a dugačak 2.5 m ?
 - Koliko treba platiti za tu ukrasnu traku ako je cijena jednog metra 5 kn .

- Luka oko cijelog prozora svoje sobe želi postaviti novogodišnje svjetiljke. Koliko treba biti duga žica na koju su postavljene svjetiljke? Dimenzije prozora su na slici:



- Maja oko cijelog prozora svoje sobe želi postaviti novogodišnje svjetiljke. Svjetiljke su postavljene na žicu duljine 4 m . Hoće li moći uokviriti cijeli prozor svjetiljkama? Dimenzije prozora su na slici:



- Pašnjak pravokutnog oblika treba opasati žicom. Koliko metara žice treba kupiti ako je pašnjak dug 64.5 m , a širok 39.5 m ?
- Maja hoda rubom bazena. Bazen je dug 40 m , a širok 35.6 m . Koliki put će Maja prijeći kad obiđe cijeli bazen?

11. Stranica a pravokutnika iznosi 10.4 cm, a stranica b je za 1.7 cm dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog pravokutnika?
12. Stranica a pravokutnika iznosi 13.25 cm, a stranica b je za 4.5 cm kraća od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki je opseg tog pravokutnika?
13. Stranica b pravokutnika iznosi 3.4 cm, a stranica a je dvostruko dulja od stranice b . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog pravokutnika?
14. Stranica b pravokutnika iznosi 45 cm, a stranica a je za 1.7 dm kraća od stranice b . Koliko je duga stranica a ? Koliki je opseg tog pravokutnika?
15. Opseg pravokutnika je 10 cm, a duljine stranica su mu prirodni brojevi. Nacrtaј sve moguće pravokutnike s ovim opsegom.
16. Nađi duljinu stranice a pravokutnika, ako su zadani opseg i duljina stranice b :
 - a) $a = 14$ cm, $b = 4$ cm;
 - b) $a = 20$ m, $b = 5.6$ m;
 - c) $a = 240$ cm, $b = 10$ dm;
 - d) $a = 1.7$ m, $b = 53$ cm.
17. Nacrtaј pravokutnik, ako je zadana duljina jedne stranice i opseg:
 - a) $a = 10$ cm, $b = 3$ cm;
 - b) $a = 14$ cm, $a = 4.5$ cm;
 - c) $a = 1.4$ dm, $b = 1.9$ cm;
 - d) $a = 20$ cm, $a = 0.8$ dm.
18. Izračunaj površinu pravokutnika kojemu su duljine stranica:
 - a) $a = 6$ cm, $b = 9$ cm;
 - b) $a = 6.5$ dm, $b = 4$ dm;
 - c) $a = 60$ cm, $b = 5$ dm;
 - d) $a = 75$ dm, $b = 3.4$ m.
19. Petar je nacrtao pravokutnik kojem je jedna stranica 7.6 cm, a druga je za 3.3 cm kraća. Koliko centimetara ima kraća stranica? Nacrtaј i ti takav pravokutnik. Koliki su njegov opseg i površina?
20. Maja je nacrtao pravokutnik kome je jedna stranica duga 2.5 cm, a druga je tri puta dulja. Nacrtaј i ti takav pravokutnik. Koliki su njegov opseg i površina?

21. Izračunaj veličinu koja nedostaje.

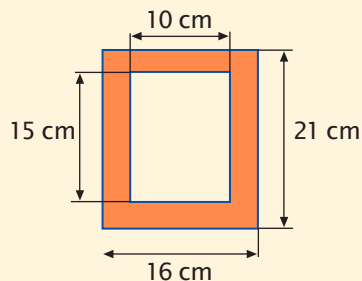
a		5 dm	45 cm	
b	10 cm			56 dm
P	80 cm ²	30 dm ²	27 dm ²	44.8 m ²

22. Izračunaj veličine koje nedostaju.

a		6 dm	45 cm	
b	10 cm			4.4 m
o			200 cm	22 m
P	60 cm ²	42 dm ²		

23. Kolika je površina gradskog parka u obliku pravokutnika širokog 1.2 km, a dugačkog 340 m?
25. Livada ima oblik pravokutnika kojem je jedna stranica duljine 124.5 m, a druga 60 m. Koliko kilograma sijena ima na toj livadi ako se na jednom m² može sakupiti 0.4 kg?
26. Površina pravokutnika je 20 m², a duljine njegovih stranica su cijeli brojevi. Nabroji sve parove stranica tog pravokutnika.
27. Opseg pravokutnika je 20 cm, a duljine njegovih stranica su cijeli brojevi. Nabroji sve parove stranica tog pravokutnika.
28. Pravokutnik i paralelogram imaju jednake površine. Kolika je visina paralelograma ako je jedna njegova stranica 6 dm, a stranice pravokutnika su 12 dm i 2 dm?
29. Koliko sadnica mačuhica se može posaditi na gredici oblika pravokutnika sa duljinama stranica 5 m i 6 m, ako se na jedan m² sadi 10 biljaka?
30. Koliko šimšira se treba posaditi uz rub gredice oblika pravokutnika sa stranicama 10 m i 8 m ako se na 1 m duljine sadi 5 biljaka?

Primjer 3. Površina okvira



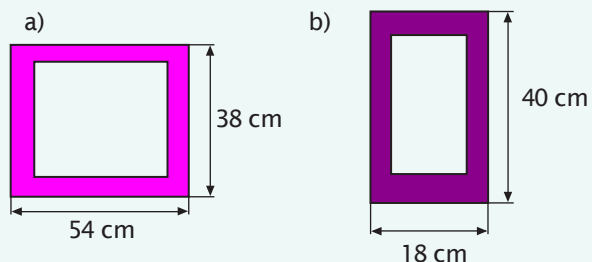
Na slici je nacrtan drveni okvir za fotografije dimenzija 10 x 15 cm. Kolika je površina drvenog dijela okvira?

Rješenje:

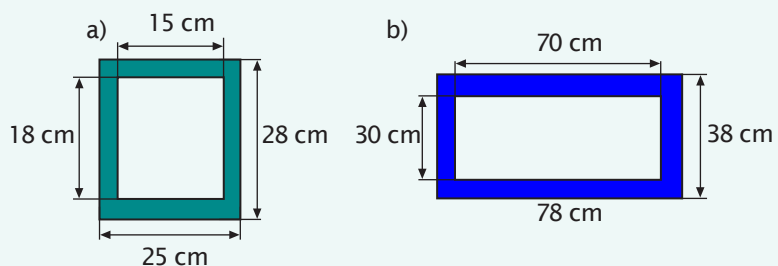
Zadatke u kojima se traži površina nekog lika s "rupom" najjednostavnije je riješiti tako da se od površine većeg lika oduzme površina manjeg. U ovom zadatku oba lika su pravokutnici. Vanjski, veći pravokutnik ima stranice 16 cm i 21 cm. Njegova površina je $P_1 = 16 \cdot 21 \text{ cm} = 336 \text{ cm}^2$. Unutarnji, manji pravokutnik ima stranice 10 cm i 15 cm. Njegova površina je $P_2 = 10 \cdot 15 = 150 \text{ cm}^2$. Površina drvenog dijela okvira je $P = P_1 - P_2 = 336 - 150 = 186 \text{ cm}^2$.

Zadaci

31. Širina okvira na slici je 4 cm. Izračunaj njegovu površinu



32. Izračunaj površinu okvira na slici.



Primjer 4. Popločavanje terase



Markovi roditelji uređuju novu ljetnu terasu. Terasa ima oblik pravokutnika, širine 3 m i dužine 6 m. Cijelu terasu žele popločiti pravokutnim pločicama dimenzija 20 cm x 30 cm.

- Kolika je površina terase?
- Kolika je površina jedne pločice?
- Koliko komada pločica je potrebno za popločavanje te terase?

Rješenje:

- Površina terase je $P_1 = 3 \cdot 6 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$.
- Kako je veličina terase zadana u metrima, pretvorit ćemo i dimenzije pločice u metre.
 $a = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$
 $b = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$
 Površina jedne pločice
 $P_2 = 0.2 \cdot 0.3 \text{ m} = 0.06 \text{ m}^2$.
- Da bismo izračunali koliko komada pločica je potrebno za popločavanje terase, potrebno je površinu terase podijeliti s površinom jedne pločice.
 $n = P_1 : P_2 = 18 : 0.06 = 300$ komada pločica.

MOGLI SMO DIMENZIJU TERASE ZAPISATI U CENTIMETRIMA. DOBILI BISMO ISTI REZULTAT!

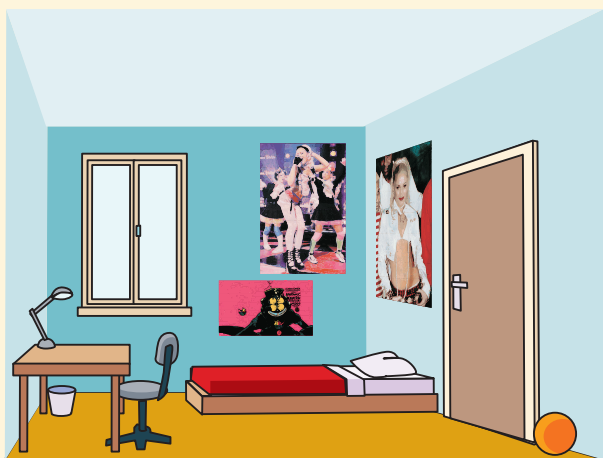


Zadaci

33. Izračunaj broj pločica potrebnih za popločavanje staze u obliku pravokutnika, dugačke 25 m i široke 2 m. Dimenzije jedne pločice su 40 cm x 50 cm.

34. Na zid u potkrovlju potrebno je postaviti drvenu oplatu. Zid ima oblik pravokutnika sa stranicama 4 m i 2 m. Drvena oplata radi se daskama dužine 1 m i širine 0.2 m. Koliko je dasaka potrebno za taj zid?

Primjer 5. Bojanje sobe



Lukini roditelji odlučili su pobožati njegovu sobu. Pod sobe ima oblik pravokutnika sa stranicama 2 m i 3 m. Svi zidovi i strop također imaju oblik pravokutnika. Soba je visoka 2.5 m. Na jednom zidu je prozor, oblika pravokutnika sa stranicama 1.5 m i 1 m. Na drugom zidu su vrata, oblika pravokutnika sa stranicama 0.8 m i 2 m.

- Koliko površinu treba pobožati?
- Koliko je boje potrebno kupiti, ako za 10 m² treba 2 l boje?

Rješenje:

a) Riješimo zadatak postupno.

Površina stropa jednaka je površini poda, dakle $P_1 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}^2$.

Soba ima dva zida sa stranicama 2 m i 2.5 m. Površina tih zidova je $P_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2.5 = 10 \text{ m}^2$.

Soba ima dva zida sa stranicama 3 m i 2.5 m. Površina tih zidova je $P_3 = 2 \cdot 3 \cdot 2.5 = 15 \text{ m}^2$.

Površina prozora je $P_4 = 1.5 \cdot 1 = 1.5 \text{ m}^2$.

Površina vrata je $P_5 = 0.8 \cdot 2 = 1.6 \text{ m}^2$.

Površinu prozora i vrata moramo oduzeti od površine zidova jer njih nećemo pobožati.

Ukupna površina za bojanje je

$$P = P_1 + P_2 + P_3 - P_4 - P_5 = 6 + 10 + 15 - 1.5 - 1.6 = 27.9 \text{ m}^2.$$

Površinu poda nismo pribrojili, jer se pod ne boja.

b) Površina sobe koju treba pobožati je 27.9 m². Da bismo lakše izračunali potrebnu količinu boje, zaokružimo taj broj na cijeli. Površina je približno 30 m².

Za svakih 10 m² treba 2 l boje. $30 : 10 = 3$.

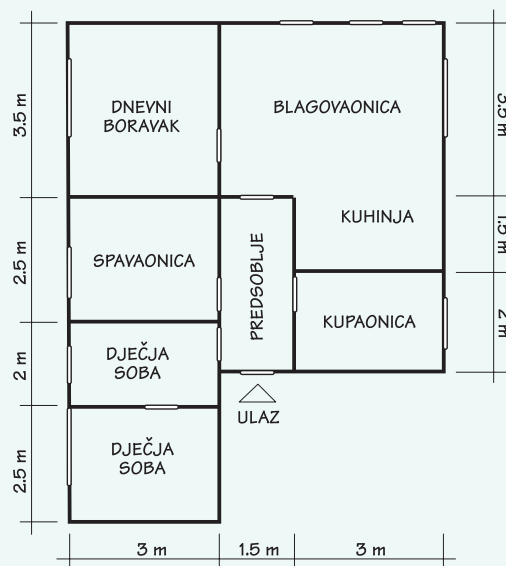
Dakle, potrebno je 3 puta po 2 l boje, tj.

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ l boje.}$$

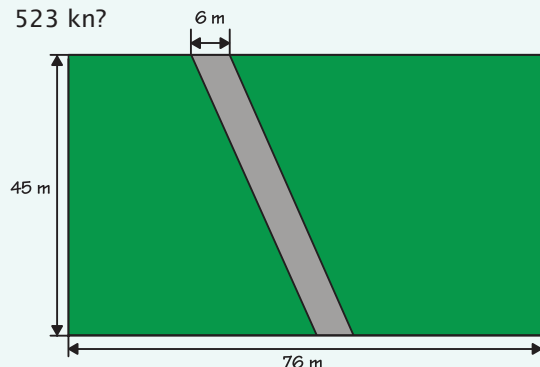
Stvarna količina boje koju će Lukini roditelji kupiti ovisi o pakiranjima boje koja su dostupna. Ponekad je, zbog veličine pakiranja, potrebnu kupiti veću količinu boje.

Zadaci

35. Izračunaj površinu svake pojedine prostorije u stanu te površinu cijelog stana.

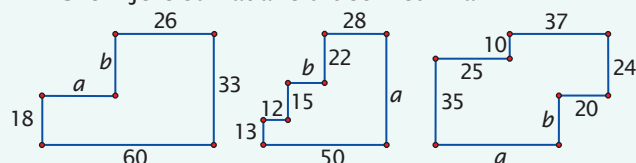


36. Pravokutnim poljem prolazi cesta, kao na slici.
 a) Izračunaj površinu ceste.
 b) Izračunaj površinu ostatka polja.
 c) Koliko će iznositi naknada za zemlju koja je otkupljena za cestu, ako za 1 m² vlasnik dobije 523 kn?



37. Izračunaj površinu pravokutnika kojemu su zadane duljine susjednih stranica:
 a) 27 cm i 3.3 dm;
 b) 134 cm i 1.21 m;
 c) 152 mm i 1.97 dm;
 d) 56 cm i 205 mm;
 e) 208 mm i 16 cm.
38. Izračunaj:
 a) površinu prednje stranice tvoje bilježnice;
 b) površinu prednje stranice udžbenika iz matematike;
 c) površinu klupe u kojoj sjediš.
39. Luka, Maja i Lucija nacrtali su tlocrte svojih stanova, no zbog nepristupačnosti nisu mogli izmjeriti sve duljine. Pomozi im odrediti duljine označene s a i

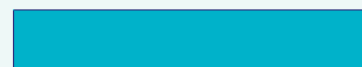
b , a zatim još i opseg i površinu stana. Sve mjere su zadane u decimetrima.



40. U jednom stupcu su nacrtani pravokutnici, a u drugom su dane njihove površine.
 a) Procijeni kojem pravokutniku pripada koja površina.
 b) Izmjeri stranice i izračunaj površinu svakog pravokutnika te provjeri jesu li tvoje procjene iz a) zadatka točne.

Pravokutnici	Površine
	250 mm ²
	456 mm ²
	4 cm ²
	500 mm ²
	2 cm ²

41. Procijeni, koji od ova dva pravokutnika ima veću površinu. Zatim izmjeri duljine stranica i izračunaj.



42. Soba je duga 9.25 m, široka 32 dm, a visoka 250 cm. Lukini roditelji je žele oblijepiti tapetama. Jedna rola tapeta široka je 50 cm i u sebi sadrži 10 m tapeta. Izračunaj koliko rola tapeta je potrebno za sobu. Prozori i vrata u sobi zauzimaju 7.25 m² zida.
43. Pod hodnika treba popločiti pravokutnim pločicama duljine 4 dm i širine 20 cm. Koliko je ploča potrebno, ako je hodnik u obliku pravokutnika s duljinom 6 m, a širinom 200 cm?

6.5. Kvadrat

Kakvu ti imaš bilježnicu za matematiku?

Kvadrat susrećete u matematici još od prvog razreda osnovne škole. Prisjetimo se što znamo o kvadratu:

- ima dva para usporednih stranica
- sve četiri stranice su mu jednakih duljina
- svi kutovi su mu pravi

Po prvom svojstvu možemo zaključiti da je kvadrat ujedno i paralelogram. Po prvom i zadnjem svojstvu zaključujemo da je kvadrat ujedno i pravokutnik. Kvadrat je posebna vrsta pravokutnika, pa time i paralelograma. Posebnost kvadrata je što su mu sve stranice jednakih duljina, svi kutovi pravi, a dijagonale jednakih duljina, raspolavljaju se i međusobno su okomite.



Važno

Kvadrat je pravokutnik kojemu su sve stranice jednakih duljina.

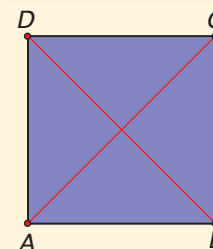
Kvadrat je paralelogram kojemu su sve stranice jednakih duljina i svi kutovi pravi.

Kao i kod pravokutnika, i kod kvadrata su duljine dijagonala jednakih duljina.

Posebnost kvadrata je da su mu dijagonale međusobno okomite.

Dijagonale kvadrata su jednakih duljina i međusobno okomite.

Svojstva kvadrata



Primjer 1. Opseg kvadrata

Opseg kvadrata je 40 cm. Kolika je duljina njegove stranice?

Rješenje:

Kvadrat ima sve četiri stranice jednakih duljina pa mu je opseg $o = 4 \cdot a$.

$$\text{Opseg kvadrata } o = 4 \cdot a$$

$$o = 40 \text{ cm}$$

$$a = ?$$

$$o = 4a$$

$$40 = 4 \cdot a$$

Da bismo dobili duljinu stranice, potrebno je opseg podijeliti s 4.

$a = 40 : 4 = 10 \text{ cm}$. Stranica kvadrata je dugačka 10 cm.

Primjer 2. Površina kvadrata

Površina kvadrata je 36 cm^2 . Kolika je duljina njegove stranice?

Rješenje:

Budući da je kvadrat pravokutnik s jednakim duljinama stranica, njegova površina je $P = a \cdot a$.

$$\text{Površina kvadrata } P = a \cdot a$$

$$P = 36 \text{ cm}^2$$

$$a = ?$$

$$P = a \cdot a$$

$$36 = a \cdot a$$

$6 \cdot 6 = a \cdot a$, zapisali smo broj 36 u obliku umnoška dvaju jednakih faktora

$a = 6 \text{ cm}$. Stranica kvadrata je dugačka 6 cm.

Zadaci

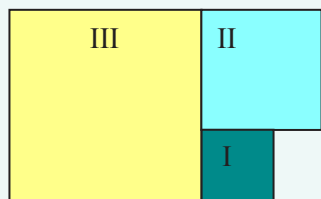
1. Izračunaj opseg kvadrata kojemu je duljina stranice:

- a) $a = 8 \text{ cm}$;
- b) $a = 37 \text{ dm}$;
- c) $a = 7.4 \text{ m}$.

2. Izračunaj veličinu koja nedostaje.

a	15 cm		4 m	
o		82 dm		30 cm

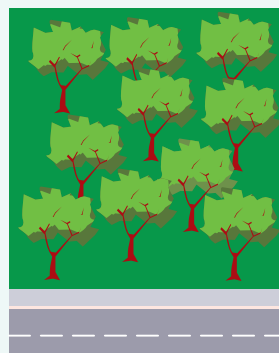
3. Likovi I, II i III su kvadrati. Opseg od I je 12 cm, a opseg od II je 24 cm. Opseg od III je:



- a) 9 cm;
- b) 18 cm;
- c) 36 cm;
- d) 72 cm;
- e) 81 cm.

Zaokruži točan odgovor.

4. Gradski park ima oblik kvadrata opsega 248.64 m. Uz njegovu jednu stranicu prolazi cesta. Kolika je duljina ceste uz park?



5. Uže je dugo 436 cm. Može li se njime opasati kula u obliku kvadrata stranice 11 dm?

Zadaci

6. Izračunaj površinu kvadrata kojemu je duljina stranice:

- a) $a = 8$ cm;
 b) $a = 37$ dm;
 c) $a = 7.4$ m;
 d) $a = 12\ 345$ mm.

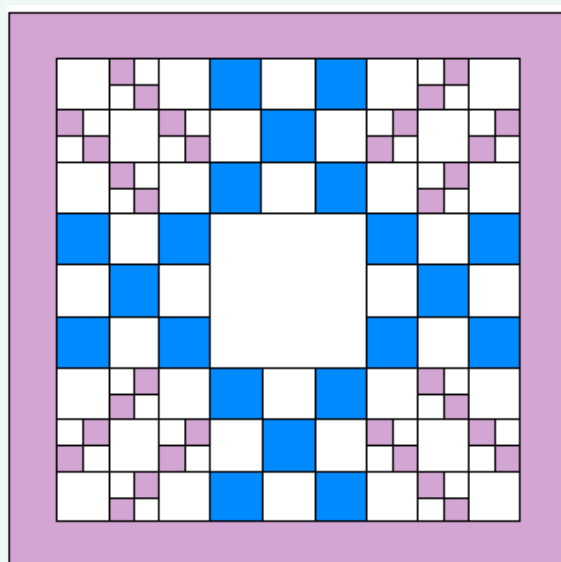
7. Izračunaj veličinu koja nedostaje

a	15 cm		4 m	
P		81 dm ²		25 cm ²

8. Izračunaj veličinu koja nedostaje

a	5 cm			
o		64 dm		14 cm
P			16 dm ²	

9. Markova baka želi izraditi prekrivač kao na slici. Pomozi joj izračunati koliko materijala treba kupiti za svaku boju. Stranica najmanjeg kvadrata je 5 cm, a širina obruba prekrivača 10 cm.



10. Terasa ima oblik pravokutnika, širine 4 m i dužine 6 m. Cijelu terasu treba popločiti kvadratnim pločicama sa stranicom 20 cm.
- a) Kolika je površina terase?
 b) Kolika je površina jedne pločice?
 c) Koliko pločica je potrebno za popločavanje te terase?
11. Šahovska ploča se sastoji od 64 polja u obliku kvadrata, raspoređenih u 8 stupaca i 8 redaka. Polja su naizmjenično crna i bijela.

a) Izračunaj koliko bijelog i crnog drveta je potrebno za izradu jedne šahovske ploče, ako je širina cijele ploče 48 cm.

b) Koliko treba platiti to drvo, ako se za 1 m² bijelog drveta plaća 40 kn, a za 1 m² crnog drveta 60 kn.

12. Lukin djed želi žicom ograditi vrt u obliku kvadrata sa stranicom 8 m.

a) Koliko mu je žice potrebno, ako ograđuje vrt jednim redom žice?

b) Koliko mu je žice potrebno, ako ograđuje vrt s dva reda žice?

c) S obzirom na to da se za svaki stup žica treba pričvrstiti držačem, izračunaj koliko držača je potrebno ako se postavljaju tri reda žice, a razmak među stupovima je 2 m.

13. Nacrtao jedan pravokutnik i jedan kvadrat opsega 20 cm. Svakom izračunaj površinu. Koji ima veću površinu?

14. Ana je nacrtala kvadrat stranice 2 cm. Zatim je nacrtala pravokutnik čija je površina tri puta veća od površine kvadrata. Kolika je površina pravokutnika? Kolike bi mogle biti duljine stranica tog pravokutnika, ako znamo da su prirodni brojevi?

15. Luka je nacrtao kvadrat stranice 3.5 centimetra. Kolika je njegova površina? Možeš li ti nacrtati pravokutnik čija je površina za 5.75 kvadratnih centimetara veća od površine Lukinog kvadrata? Kolike su stranice tog pravokutnika, ako znamo da su prirodni brojevi?

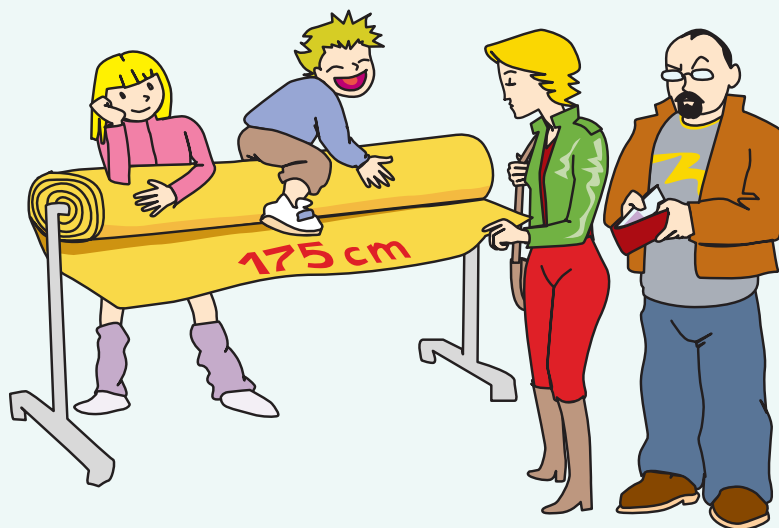
16. Zemljište oblika kvadrata cijelo je ograđeno žicom duljine 536.25 m. Kolika je površina tog zemljišta?

17. Zemljište oblika kvadrata ima površinu mu je 10 000 m². Zemljište je cijelo ograđeno žicom. Kolika je duljina žice što ga ograđuje?

18. Izračunaj površinu kvadrata, ako je njegov opseg:

- a) 60 cm;
 b) 9.2 dm;
 c) 2 mm;
 d) 8.8 km;

- e) 41.2 m.
19. Izračunaj duljinu stranice i opseg kvadrata ako je njegova površina:
- 9 cm²;
 - 16 mm²;
 - 25 dm²;
 - 36 m²;
 - 100 cm².
20. Želimo popločiti dvorište pločama dimenzija 4 dm x 40 cm. Dvorište ima dimenzije 2.4 m x 4 m.
- Koliko pločica trebamo kupiti?
 - Koliko pločica će biti poslagano u jednom retku i stupcu?
21. Dva zemljišta ograđena su ogradama jednake duljine. Jedno zemljište je kvadratnog, a drugo pravokutnog oblika. Kolike su njihove površine i opsezi, ako je pravokutno zemljište 46 m dugo i 38 m široko?
22. Pod dječje sobe ima oblik kvadrata sa stranicom 2.5 m. Roditelji ga žele pokriti tapisonom koji se prodaje u kvadratima širine 50 cm.
- Koliko kvadrata treba kupiti da bi se prekrilo pod?
 - Koliko će kvadrata biti u jednom retku?
23. Pod dječje sobe ima oblik kvadrata sa stranicom 3.5 m. Roditelji ga žele pokriti tapisonom koji se prodaje u roli širine 175 cm.
- Koliko metara role je potrebno za sobu?
 - Na koliko će dijelova trebati prerezati kupljenu rolu tako da tapison potpuno prekrije sobu?
24. Pravokutnik i kvadrat imaju jednake površine. Kolika je stranica kvadrata ako su stranice pravokutnika 12 cm i 3 cm?
25. Pravokutnik i kvadrat imaju jednake opsege. Kolika je stranica kvadrata ako su stranice pravokutnika 15 cm i 5 cm?
26. Stranica kvadrata poveća se pet puta. Kako su se promijenili opseg i površina tog kvadrata?
27. Pod sobe oblika kvadrata sa stranicom 5 m prekrivamo parketom. Koliko paketa parketa je potrebno ako se u jednom pakiranju nalazi 2.5 m²?
28. Cvjetnu gredicu oblika kvadrata potrebno je zasaditi ružama i obrubiti zelenilom. Duljina stranice te gredice je 10 m. Na jedan m² sade se 4 ruže, a za obrub se na 1 m sadi 5 biljaka. Koliko je potrebno ruža, a koliko zelenila? Cijena jedne sadnice ruže je 18 kn, a zelenila 1 kn. Koliko treba platiti za sve bilje potrebne za tu gredicu?
29. Gradilište ima oblik paralelograma sa stranicom duljine 20 m i visinom 15 m. Na njemu treba sagraditi kuću čiji je tlocrt oblika pravokutnika sa stranicama 8 m i 5 m. Kolika je površina zemljišta koje će preostati? Preostalo zemljište biti će travnjak. Ako jedan kosac može za 1 sat pokositi 26 m² travnjaka koliko će mu vremena biti potrebno da pokosi taj travnjak? Koliko će zaraditi ako ga po satu plaćaju 25 kn?

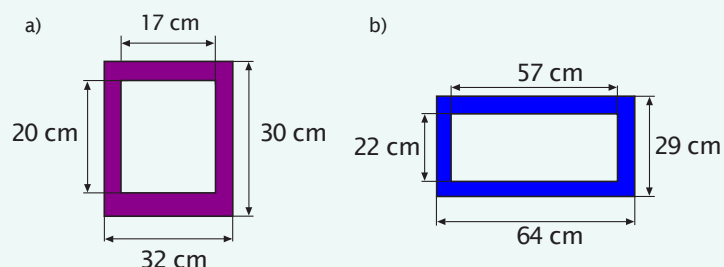


Vježbalica

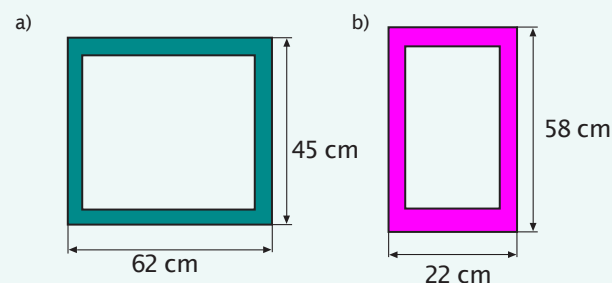
- Konstruiraj pravokutnik $ABCD$ sa stranicama duljina:
 - $|AB| = 6$ cm i $|DA| = 3$ cm;
 - $|BC| = 2$ cm i $|CD| = 7$ cm;
 - $|BA| = 57$ mm i $|CB| = 25$ mm;
 - $|DC| = 68$ mm i $|AD| = 3$ cm.
- Konstruiraj pravokutnik kojem je:
 - jedna stranica 3 cm, a dijagonala 5 cm ;
 - jedna stranica 5.6 cm, a dijagonala 6.5 cm;
 - jedna stranica 6 cm, a dijagonala 1 dm.
- Izračunaj opseg pravokutnika sa susjednim stranicama duljina:
 - 58 mm i 4 cm; b) 2 dm i 67 cm;
 - 7 m i 231 cm.
- Izračunaj površinu pravokutnika i kojemu su zadane duljine susjednih stranica:
 - 3 cm i 4 cm; b) 5 cm i 7 cm;
 - 23 mm i 45 mm; d) 7 cm i 34 mm;
 - 56 mm i 5 cm.
- Izračunaj površinu pravokutnika kojemu su zadane duljine susjednih stranica:
 - 247 mm i 8 dm; b) 4 m i 56 cm;
 - 6 m i 126 mm.
- Stranica a pravokutnika iznosi 4 cm, a stranica b je za 22 mm dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki su opseg i površina tog pravokutnika?
- Stranica a pravokutnika iznosi 24 cm, a stranica b je za 12 cm kraća od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki su opseg i površina tog pravokutnika?
- Stranica a pravokutnika iznosi 3 cm, a stranica b je dvostruko dulja od stranice a . Koliko je duga stranica b ? Koliki su opseg i površina tog pravokutnika?
- Nađi duljinu stranice a pravokutnika ako su zadani opseg i duljina jedne stranice :
 - $o = 18$ cm, $a = 5$ cm;
 - $o = 19$ cm, $b = 45$ mm;
 - $o = 206$ mm, $a = 7$ cm;
 - $o = 690$ cm, $b = 2$ m;
 - $o = 620$ mm, $a = 17$ cm.
- Konstruiraj pravokutnik ako je zadana duljina jedne stranice i opseg:
 - $o = 18$ cm, $b = 28$ mm;
 - $o = 186$ mm, $a = 6$ cm;
 - $o = 1$ dm, $a = 1$ cm;
 - $o = 28$ cm, $b = 6$ cm;
 - $o = 19$ cm, $b = 44$ mm.
- Za svaki od danih likova izračunaj stranice a i b , opseg i površinu lika.
 -
 -
 -
 -

13. Površina pravokutnika je 56 cm^2 , a duljina jedne stranice 7 cm. Kolika je duljina druge stranice?
14. Izračunaj duljinu stranice pravokutnika ako su zadane površina i duljina druge stranice:
- $a = 13 \text{ cm}$, $P = 156 \text{ cm}^2$;
 - $b = 7 \text{ cm}$, $P = 98 \text{ cm}^2$;
 - $P = 1380 \text{ mm}^2$, $a = 46 \text{ mm}$;
 - $P = 75 \text{ dm}^2$, $b = 5 \text{ dm}$;
 - $a = 36 \text{ mm}$, $P = 540 \text{ mm}^2$.
15. Dva pravokutnika imaju jednake površine. Prvi pravokutnik ima opseg 22 cm i jednu stranicu 5 cm. Drugi pravokutnik ima stranicu dugu 3 cm. Koliki je opseg drugog pravokutnika?
16. Dva pravokutnika imaju jednake površine. Prvi pravokutnik ima opseg 18 dm i jednu stranicu 4 dm. Drugi pravokutnik ima stranicu dugu 2 dm. Koliki je opseg drugog pravokutnika?
17. Dva pravokutnika imaju jednak opseg. Prvi pravokutnik ima površinu 18 m^2 i jednu stranicu 6 m. Drugi pravokutnik ima stranicu dugu 4 m. Kolika je površina drugog pravokutnika?
18. Dva pravokutnika imaju jednake površine, iako su im duljine stranica različite. Duljine stranica jednog pravokutnika su 32 mm i 5 cm. Duljina stranice drugog pravokutnika je 2 cm. Nađi nepoznatu duljinu stranice drugog pravokutnika.
19. Pod hodnika treba popločiti pravokutnim pločicama duljine 50 cm i širine 12 cm. Koliko je ploča potrebno, ako su duljina i širina hodnika 3 m?
20. Pod hodnika treba popločiti pravokutnim pločicama duljine 42 cm i širine 25 cm. Koliko je ploča potrebno, ako je duljina hodnika 7 m, a širina 3 m?
21. Pod hodnika treba popločiti pravokutnim pločicama duljine 56 cm i širine 125 cm. Koliko je ploča potrebno, ako je duljina hodnika 9 m, a širina 7 m?

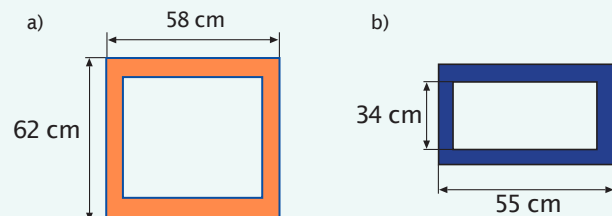
22. Izračunaj površinu okvira na slici.



23. Širina okvira na slici je 6 cm. Izračunaj njegovu površinu.



24. Širina okvira na slici je 3 cm. Izračunaj njegovu površinu.



25. Konstruiraj kvadrat $ABCD$ sa stranicom duljine:

- $|AB| = 4 \text{ cm}$;
- $|AB| = 56 \text{ mm}$;
- $|BC| = 48 \text{ mm}$;
- $|BC| = 5 \text{ cm}$.

26. Konstruiraj kvadrat i izračunaj njegov opseg ako mu je stranica duga:

- 6 cm;
- 15 mm;
- 22 mm;
- 35 mm.

27. Izračunaj duljinu stranice kvadrata ako je poznat njegov opseg:

- $o = 12 \text{ cm}$;
- $o = 20 \text{ cm}$;
- $o = 32 \text{ cm}$;
- $o = 92 \text{ mm}$;
- $o = 140 \text{ mm}$;
- $o = 96 \text{ mm}$.

28. Konstruiraj kvadrat te izračunaj njegov opseg i površinu ako mu je stranica duga:

- 3 cm;
- 25 mm;
- 42 mm;
- 37 mm.

29. Izračunaj površinu kvadrata ako je njegov opseg:
 a) 16 cm; b) 104 mm;
 c) 112 mm; d) 180 mm.
30. Izračunaj duljinu stranice i opseg kvadrata ako je njegova površina:
 a) 16 cm²; b) 81 mm²;
 c) 64 cm²; d) 144 mm²; e) 121 mm².
31. Želimo popločiti dvorište pločama dimenzija 32 cm x 32 cm. Dvorište ima dimenzije 400 cm x 256 cm. Koliko pločica trebamo kupiti?
32. Želimo popločiti dvorište pločama dimenzija 10 cm x 22 cm. Dvorište ima dimenzije 300 cm x 110 cm. Koliko pločica trebamo kupiti?
33. Želimo popločiti dvorište pločama dimenzija 15 cm x 32 cm. Dvorište ima dimenzije 400 cm x 144 cm. Koliko pločica trebamo kupiti?
34. Zemljište oblika kvadrata cijelo je zasijano travom. Površina mu je 64 m². Kolika je duljina žice što ga ograđuje?
35. Zemljište oblika kvadrata cijelo je zasijano travom. Površina mu je 81 m². Kolika je duljina žice što ga ograđuje?
36. Dva zemljišta ograđena su ogradama jednake duljine. Jedno zemljište je kvadratnog, a drugo pravokutnog oblika. Kolike su njihove površine i opsezi ako je pravokutno zemljište 24 m dugo i 16 m široko?
37. Dva zemljišta ograđena su ogradama jednake duljine. Jedno zemljište je kvadratnog, a drugo pravokutnog oblika. Kolike su njihove površine i opsezi ako je pravokutno zemljište 32 m dugo i 28 m široko?

6.6. Trapez



Opiši što vidiš na slici.

Dosad smo naučili sve o paralelogramu, pravokutniku i kvadratu, sad je na redu jedan novi četverokut - trapez. Presjeci nasipa i kanala imaju oblik trapeza.

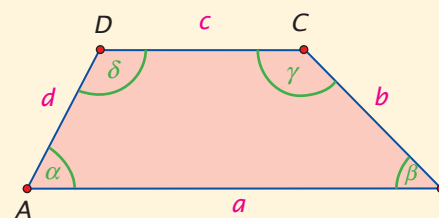


Konstrukcije krova često sadrže dijelove u obliku trapeza, a i klupe u parku su

Važno

Trapez je četverokut kojemu su dvije stranice usporedne.

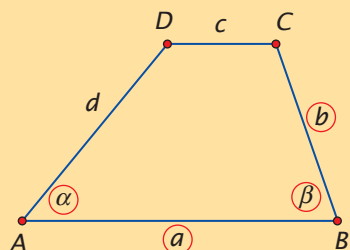
Te dvije usporedne stranice nazivamo **osnovice**, a preostale dvije **krakovi** trapeza.





Primjer 1. Crtanje trapeza

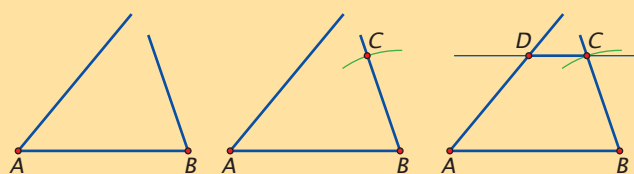
Nacrtaj trapez $ABCD$ kojemu je zadano $a = |AB| = 5$ cm, $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 70^\circ$ i $b = |BC| = 3$ cm.



Rješenje:

Po skici zaključujemo da taj trapez možemo nacrtati ovim redoslijedom:

1. Nacrtamo dužinu $a = |AB| = 5$ cm;
2. U vrhu A nacrtamo kut $\alpha = 50^\circ$, tako da mu je jedan krak \overline{AB} ;
3. U vrhu B nacrtamo kut $\beta = 70^\circ$, tako da mu je jedan krak \overline{AB} ;
4. Na drugom kraku kuta β izmjerimo $b = |BC| = 3$ cm - sjecište je vrh C ;
5. Nacrtamo usporednicu s dužinom \overline{AB} kroz vrh C ;
6. Vrh D je sjecište te usporednice i kraka kuta α .



Zadaci

1. Nacrtaj trapez.

- a) $|AB| = 6$ cm, $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 60^\circ$ i $|BC| = 4$ cm;
- b) $|AB| = 4$ cm, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ i $|AD| = 2.5$ cm;

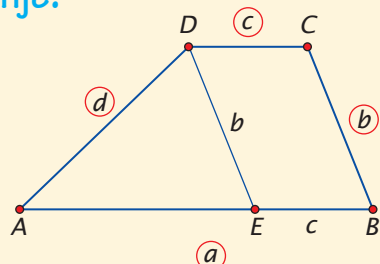
- c) $a = 8$ cm, $\alpha = 65^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $b = 5$ cm;
- d) $a = 7.5$ cm, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $b = 2$ cm.



Primjer 2.

Nacrtaj trapez kojemu su duljine osnovica $a = 6$ cm i $c = 2$ cm, a duljine krakova $b = 3$ cm i $d = 4$ cm.

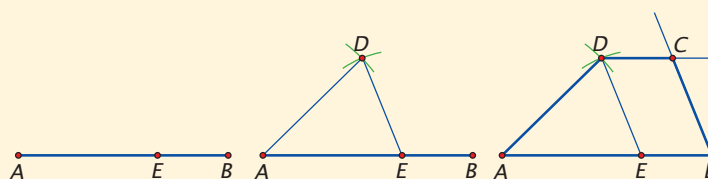
Rješenje:



Ovaj crtež je malo složeniji, pa najprije promotrimo skicu. Nacrtat ćemo pomoćnu usporednicu s krakom b kroz vrh D . Sjecište usporednice i osnovice a označimo s E . Duljina dužine \overline{AE} jednaka je razlici duljina osnovica.

Vidimo da za trokut ΔAED imamo zadane sve tri stranice, pa crtanje započinjemo od njega.

1. Nacrtamo osnovicu a .
2. Na osnovici izmjerimo duljinu od 2 cm od točke B da bismo označili točku E .
3. Konstruiramo trokut ΔAED .
4. Nacrtamo usporednicu s dužinom \overline{AB} kroz točku D .
5. Nacrtamo usporednicu s dužinom \overline{DE} kroz točku B .
6. Sjecište tih paralela je vrh C .



Primjer 3. Kutovi trapeza

U trapezu su zadana dva kuta:

$\alpha = 70^\circ$ i $\gamma = 127^\circ$. Možemo li iz zadanih kutova odrediti ostale kutove trapeza?

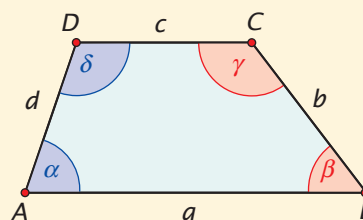
Rješenje:

Važno

Zbroj veličina unutarnjih kutova uz isti krak trapeza iznosi 180° .

Ta tvrdnja je posljedica činjenice da su kutovi uz krak trapeza kutovi uz presječnicu, od kojih je jedan tupi, a drugi šiljasti, pa je zbroj njihovih veličina 180° .

$$\alpha + \delta = 180^\circ \text{ i } \beta + \gamma = 180^\circ$$



Dakle, za zadani trapez možemo jednostavno odrediti veličine ostalih kutova.

$$\alpha = 70^\circ$$

$$\gamma = 127^\circ$$

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$70^\circ + \delta = 180^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta + 127^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$$

Primjer 4. Opseg trapeza

Koliki je opseg trapeza kojemu su duljine osnovica $a = 6$ cm i $c = 2$ cm, a duljine krakova $b = 3$ cm i $d = 4$ cm?

Rješenje:

Opseg je zbroj duljina svih stranica, pa za trapez vrijedi $o = a + b + c + d$.

$$\text{Opseg trapeza } o = a + b + c + d$$

$$o = a + b + c + d$$

$o = 6 + 3 + 2 + 4 = 15$ cm. Opseg zadanog trapeza je 15 cm.

Zadaci

3. Odredi četvrti kut trapeza.

a) $\alpha = 53^\circ$, $\gamma = 112^\circ$;

b) $\beta = 67^\circ$, $\delta = 133^\circ$;

c) $\alpha = 77^\circ$, $\gamma = 144^\circ$;

d) $\beta = 49^\circ$, $\delta = 107^\circ$;

4. Izračunaj opseg trapeza.

a) $a = 7$ cm, $c = 3$ cm, $b = 4$ cm i $d = 5$ cm;

b) $a = 9$ cm, $c = 2$ cm, $b = 6$ cm i $d = 7$ cm;

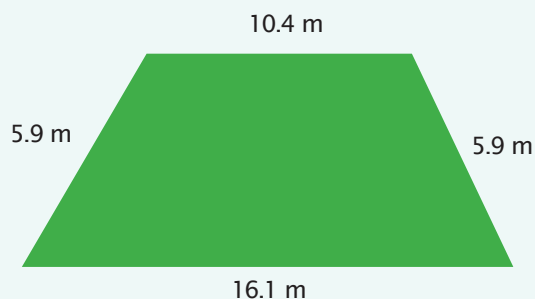
c) $a = 6.5$ dm, $c = 4.2$ dm,

$b = 4.3$ dm i $d = 3.8$ dm;

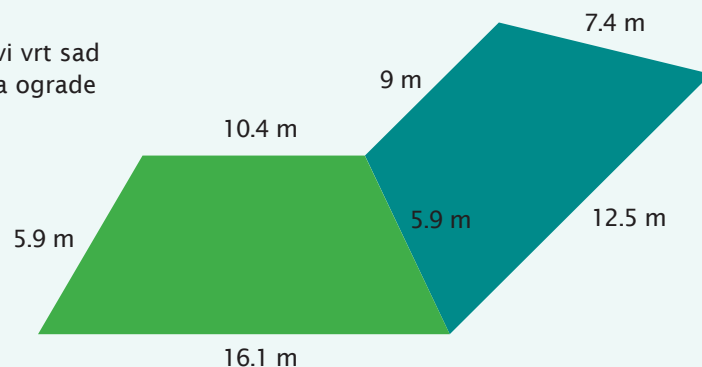
d) $a = 78$ cm, $c = 3.2$ dm,

$b = 60$ cm i $d = 5.4$ dm.

5. Majin djed ima vrt u obliku trapeza, kao na slici. Kolika je duljina ograde tog vrta?

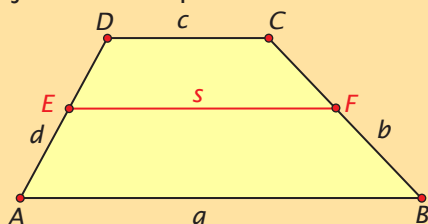


6. Majin djed kupio je i susjedov vrt. Novi vrt sad ima oblik kao na slici. Kolika je duljina ograde oko cijelog vrta.



Primjer 5. Srednjica trapeza

Nacrtaj neki trapez. Odredi polovišta njegovih krakova i označi ih sa E i F . U kakvom je položaju dužina \overline{EF} prema osnovicama trapeza?



Rješenje:

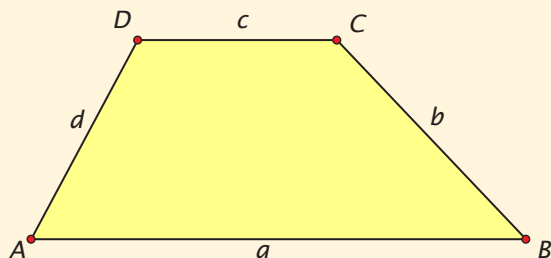
Dužina \overline{EF} je usporedna s osnovicama trapeza. Tu dužinu nazivamo **srednjica trapeza** i označavamo sa s .

Duljina srednjice trapeza jednaka je zbroju duljina osnovica podijeljenom s dva.

$$s = \frac{a+c}{2}$$

Primjer 6. Površina trapeza

Kako bismo odredili površinu trapeza na slici?



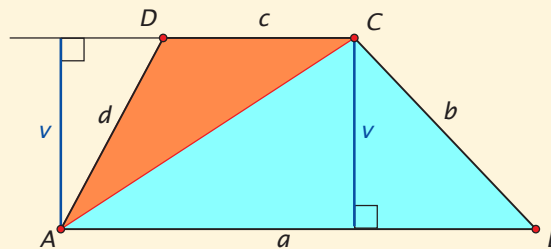
Rješenje:

Površinu trapeza $ABCD$ možemo izračunati tako da zbrojimo površine trokuta $\triangle ABC$ i $\triangle ACD$ na koje je trapez podijeljen dijagonalom \overline{AC} .

Da bismo odredili površine tih trokuta, potrebne su nam njihove visine.

Budući da su osnovice trapeza paralelne, ta dva trokuta imaju jednake visine, kao što se

vidi i na slici.



Površina trokuta $\triangle ABC$ je $P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \cdot v$, a

površina trokuta $\triangle ACD$ je $P_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}c \cdot v$.

Površina trapeza je

$$P = P_{\triangle ABC} + P_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}a \cdot v + \frac{1}{2}c \cdot v = \frac{1}{2}(a+c) \cdot v = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

Važno

$$\text{Površina trapeza } P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

Površinu trapeza možemo zapisati i pomoću srednjice:



Primjer 7.

Izračunajmo površinu trapeza kojemu su osnovice 5 cm i 3 cm, a visina 2 cm.

Rješenje:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

$$v = 2 \text{ cm}$$

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

Uvrstimo zadane veličine u formulu. Najprije izračunamo zbroj u zagradi, zatim umnožak u brojniku te na kraju još dijelimo s 2.

$$P = \frac{(5+3) \cdot 2}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}^2.$$

Površina tog trapeza je 8 cm².

Zadaci

7. Izračunaj površinu trapeza s osnovicama a i c te visinom v.

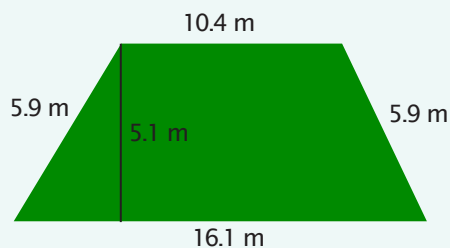
a) $a = 10 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ i $v = 4 \text{ cm}$;

b) $a = 27 \text{ dm}$, $c = 13 \text{ dm}$ i $v = 11 \text{ dm}$;

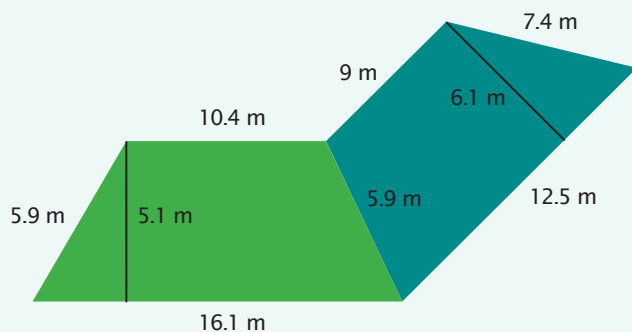
c) $a = 5.6 \text{ m}$, $c = 3.2 \text{ m}$ i $v = 2.5 \text{ m}$;

d) $a = 6 \text{ m}$, $c = 43 \text{ dm}$ i $v = 3.3 \text{ m}$.

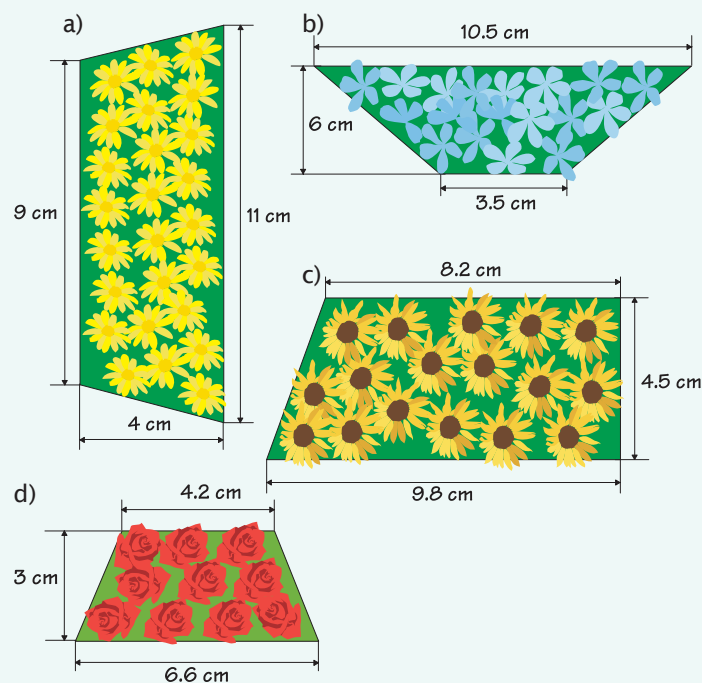
8. Kolika je površina vrta Majina djeda?



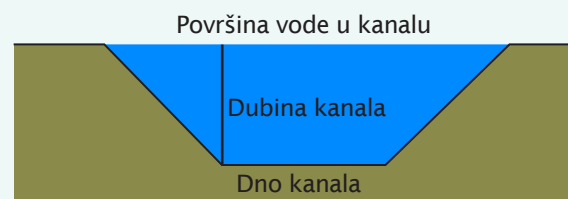
9. Kolika je površina novog vrta Majina djeda?



10. Izračunaj površine nacrtanih trapeza.

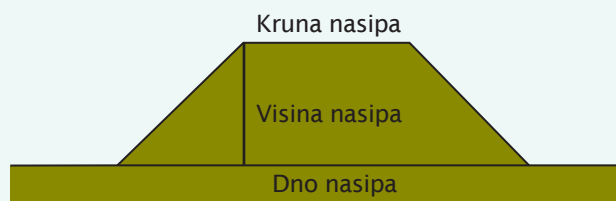


11. Riječni kanali u poprečnom presjeku često imaju oblik trapeza. Pritom je širina kanala na površini vode uvijek veća od širine na dnu kanala. Razmisli zašto ne može biti obratno?



Izračunaj površinu poprečnog presjeka kanala, ako je širina kanala na dnu 1.5 m a, na površini 3.5 m. Dubina kanala je 4 m.

12. Izračunaj površinu poprečnog presjeka kanala, ako je širina kanala na dnu 4.5 m a, na površini 8 m. Dubina kanala je 13.5 m.
13. Nasipi uz jezera, rijeke i kanale u poprečnom presjeku često imaju oblik trapeza. Pritom je nasip uvijek širi pri dnu nego na vrhu. Razmisli zašto ne može biti obratno?



Izračunaj površinu poprečnog presjeka nasipa, ako je širina krune nasipa 3.5 m a, širina dna nasipa 6.5 m. Visina nasipa je 4 m.

14. Izračunaj površinu presjeka nasipa, ako je širina krune nasipa 50 dm a, širina dna nasipa 10 m. Visina nasipa je 6.2 m.

Primjer 8. Izračunavanje visine

Trapez ima osnovice $a = 25$ m i $c = 12$ m. Površina mu je 259 m². Kolika je njegova visina?

Rješenje:

$$a = 25 \text{ m}$$

$$c = 12 \text{ m}$$

$$P = 259 \text{ m}^2$$

$$v = ?$$

$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$. U formulu za površinu trapeza uvrstimo zadane veličine.

$$259 = \frac{(25+12) \cdot v}{2}$$

Izračunamo zbroj u zagradi.

$$259 = \frac{37 \cdot v}{2}$$

Cijelu jednadžbu pomnožimo s zajedničkim nazivnikom, tj. sa 2.

$$259 \cdot 2 = 37 \cdot v$$

Izračunamo umnožak na lijevoj strani.

$$518 = 37 \cdot v$$

Duljinu visine v dobit ćemo tako da umnožak podijelimo s 37.

$$v = 518 : 37 = 14 \text{ m. Visina trapeza je 14 m.}$$

Zadaci

15. Izračunaj visinu trapeza s osnovicama a i c , te površinom P .
- $a = 10$ cm, $c = 5$ cm i $P = 45$ cm²;
 - $a = 24$ dm, $c = 12$ dm i $P = 198$ dm²;
 - $a = 7.6$ m, $c = 3.2$ m i $P = 13.5$ m²;
 - $a = 8$ m, $c = 63$ dm i $P = 36$ m²;
 - $a = 3.5$ cm, $c = 1.5$ cm i $P = 10$ cm²;
 - $a = 5$ dm, $c = 2.5$ dm i $P = 22.5$ dm²;
 - $a = 80$ dm, $c = 4.5$ m i $P = 84.375$ m²;
 - $a = 6.5$ dm, $c = 35$ cm i $P = 45$ dm².
16. Izračunaj dubinu kanala čiji poprečni presjek je trapez površine 30 m². Širina kanala na dnu je 2.5 m a, na površini 5 m.
17. Izračunaj dubinu kanala čiji poprečni presjek je trapez površine 60 m². Širina kanala na dnu je 3.5 m a, na površini 65 dm.
18. Izračunaj visinu nasipa čiji poprečni presjek je trapez površine 112.5 m². Širina nasipa na dnu je 80 dm, a na vrhu 4.5 m.
19. Izračunaj visinu nasipa čiji poprečni presjek je trapez površine 202.5 m². Širina nasipa na dnu je 9.5 m, a na vrhu 55 dm.

Primjer 9. Izračunavanje osnovice

Površina trapeza je 133 m^2 . Kolika je duljina osnovice a , ako je duljina osnovice $c = 14 \text{ m}$, a visina $v = 7 \text{ m}$?

Rješenje:

$$c = 14 \text{ m}$$

$$v = 7 \text{ m}$$

$$P = 133 \text{ m}^2$$

$$a = ?$$

$$P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

U formulu za površinu trapeza uvrstimo sve zadane veličine.

$$133 = \frac{(a+14) \cdot 7}{2}$$

Najprije cijelu jednadžbu (formulu) pomnožimo s 2.

$$133 \cdot 2 = (a+14) \cdot 7$$

Izračunamo umnožak s lijeve strane.

$$266 = (a+14) \cdot 7$$

Zatim cijelu jednadžbu podijelimo s brojem uz zagradu.

$$266 : 7 = a+14$$

Izračunamo količnik na lijevoj strani.

$$38 = a+14$$

Duljinu osnovice dobivamo tako da od količnika oduzmemo duljinu zadane osnovice.

$$a = 38 - 14 = 24 \text{ m.}$$

Duljina osnovice a je 24 m .

Na isti način računamo ako je nepoznata veličina osnovice c .

Zadaci

20. Izračunaj duljinu druge osnovice trapeza.

- $c = 8 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$ i $P = 45 \text{ cm}^2$;
- $c = 9 \text{ dm}$, $v = 12 \text{ dm}$ i $P = 198 \text{ dm}^2$;
- $a = 5 \text{ m}$, $v = 3 \text{ m}$ i $P = 13.5 \text{ m}^2$;
- $a = 8 \text{ m}$, $v = 60 \text{ dm}$ i $P = 36 \text{ m}^2$.

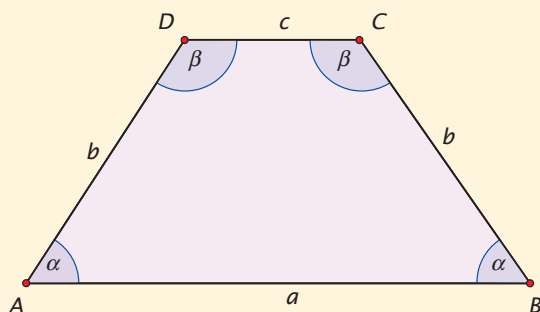
a	6 cm	8 dm		9.5 m
c	4 cm	6 dm	4.4 m	
v	3 cm		7.5 m	34 dm
P		35 dm ²	41.25 m ²	24.14 m ²

21. Izračunaj veličine trapeza koje nedostaju:

- Kolika je širina na dnu kanala čiji poprečni presjek je trapez površine 32 m^2 . Širina kanala na površini vode je 5.5 m , a dubina kanala je 8 m .
- Kolika je širina dna nasipa čiji poprečni presjek je trapez površine 21 m^2 . Širina krune nasipa je 3.5 m , a visina nasipa je 40 dm .

Primjer 10. Jednakokračan trapez**Jednakokračan**

Kako se zove trokut koji ima dvije stranice jednakih duljina? Kako bi nazvali trapez koji ima dvije stranice jednakih duljina? Nacrtaj takav trapez.

**Rješenje:**

Kao što se trokut s dvije stranice jednakih duljina zove jednakokračan trokut tako se i trapez s dvije stranice jednakih duljina zove jednakokračan trapez.

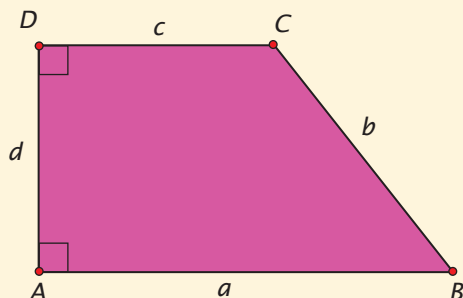
Važno

Jednakokračan trapez je trapez kojemu su krakovi jednakih duljina. Jednakokračan trapez ima jednake kutove na osnovici. Opseg jednakokračnog trapeza je $o = a + 2 \cdot b + c$.

Primjer 11. Pravokutan trapez

Pravokutan trapez

Kako se zove trokut koji ima pravi kut? Kako bi nazvali trapez koji ima pravi kut? Nacrtaj takav trapez.



Rješenje:

Kao što se trokut s pravim kutom zove pravokutan trokut tako se i trapez s pravim kutom zove pravokutan trapez. Takav trapez ima dva prava kuta jer je zbroj kutova na jednom kraku 180° , pa ako je jedan pravi onda je i drugi.

Važno

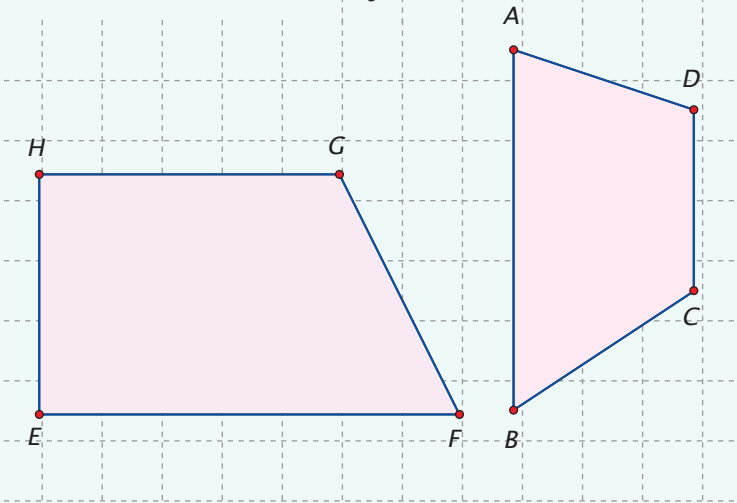
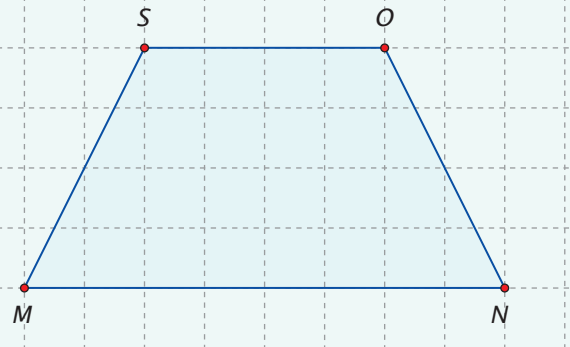
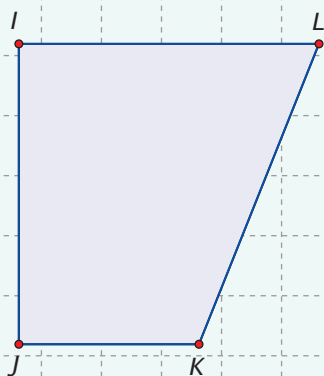
Pravokutan trapez je trapez koji ima pravi kut. Visina pravokutnog trapeza jednaka je duljini okomitog kraka.

Zadaci

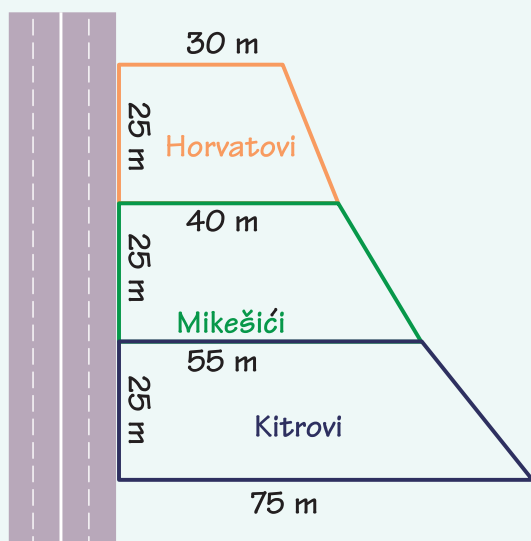
24. Izmjeri potrebne duljine na slici te izračunaj opseg i površinu.



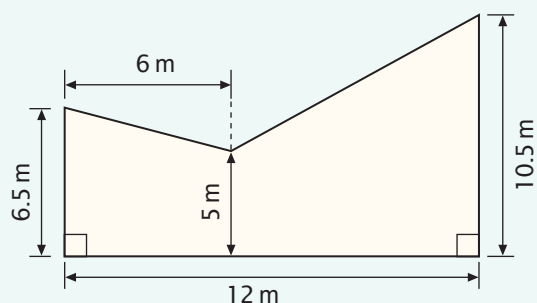
Benijev savjet
Upotrijebi džepno računalo, ako želiš.



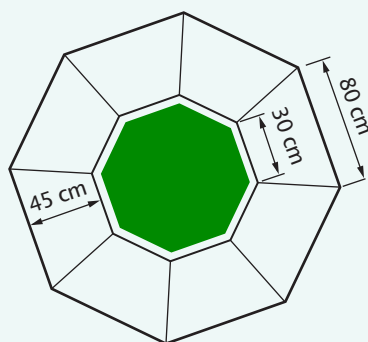
25. Uz cestu se nalaze tri gradilišta koje su kupile tri obitelji.
- Izračunaj površinu svakog od tih gradilišta.
 - Koliko je koja obitelj platila za gradilište, ako je cijena 1m^2 1200 kn?
 - Osim gradilišta, obitelji su trebale platiti i komunalnu naknadu po 360 kn za 1m^2 . Izračunaj koliko je koja obitelj morala platiti komunalnu naknadu.
 - Sve tri obitelji su se dogovorile da naprave jednaku ogradu prema cesti. Kolika je duljina ograde prema cesti?
 - Ogradu plaćaju po metru duljine 250 kn, a majstora u ukupnom iznosu od 2700 kn. Koliko je koja obitelj morala platiti ogradu i majstora?



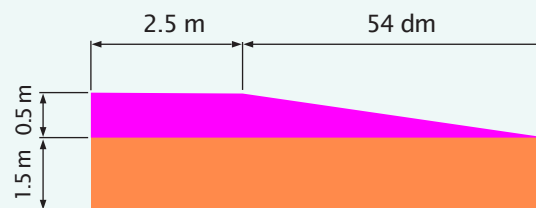
26. Bočna strana sportske dvorane ima oblik dva spojena trapeza. Koliko je potrebno boje za bojanje tog zida, ako je za 10 m^2 potrebno 2 l boje.



27. Horvatovi žele oko drveta složiti klupu u obliku osam spojenih trapeza, kao na slici. Izračunaj količinu drveta potrebnog za tu klupu.



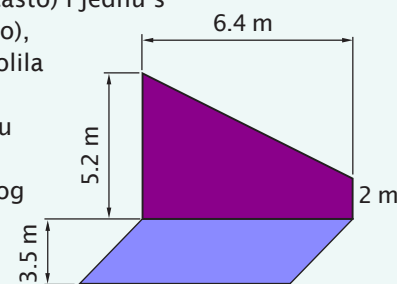
28. Maja želi pobožati zid svoje sobe u potkrovlju. Donji dio zida želi pobožati narančastom bojom, a gornji ružičastom, kao na slici.



a) Izračunaj potrebnu količinu pojedine boje, ako je za 10 m^2 potrebno 2 l boje.

b) Maja namjerava sama pobožati taj zid. Koliko vremena će joj trebati za bojanje, ako za 1 sat može pobožati 3 m^2 .

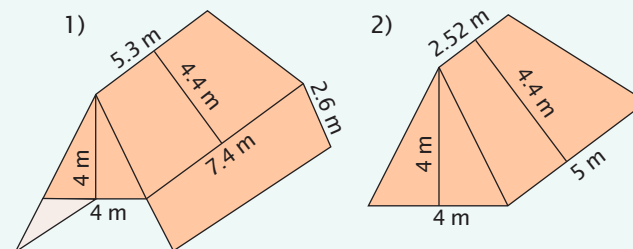
29. Lukina teta uživa u uređivanju svog vrta. Ove jeseni je isplanirala dvije nove gredice - jednu s tulipanima (ljubičasto) i jednu s perunikama (plavo), kao na slici. Zamolila je Luku da joj izračuna potrebnu količinu cvijeća. Koliko je pojedinog cvijeća potrebno, ako se na 1 m^2 sadi 25 tulipana ili 15 perunika?



30. a) Izračunaj površine krovova na slikama.

b) Na 1 m^2 stavlja se 12 crjepova, a na vrh krova na 1 m dolazi 4 završna crijeva. Koliko crjepova je potrebno naručiti za svaki od nacrtanih krovova?

c) Koliko treba platiti za naručenu količinu crjepova, ako je cijena običnog crijeva 2.30 kn, a završnog 4.90 kn?



Vježbalica

1. Konstruiraj trapez $ABCD$:

- a) $|AB| = 7.6 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$ i $|BC| = 3.5 \text{ cm}$;
 b) $|AB| = 6.7 \text{ cm}$, $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 45^\circ$ i $|AD| = 2.8 \text{ cm}$;

- c) $a = 7.2 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $b = 3.6 \text{ cm}$;
 d) $a = 8.6 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $b = 3.7 \text{ cm}$.

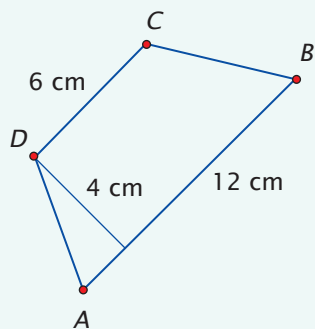
2. Konstruiraj trapez $ABCD$:
 a) $a = 8.3$ cm, $c = 4.2$ cm, $b = 3.2$ cm, $\beta = 60^\circ$;
 b) $a = 7.8$ cm, $c = 3.8$ cm, $d = 4$ cm, $\alpha = 40^\circ$;
 c) $a = 9$ cm, $c = 4$ cm, $d = 3.6$ cm, $\alpha = 45^\circ$;
 d) $a = 6.8$ cm, $c = 3.3$ cm, $b = 4.2$ cm, $\beta = 50^\circ$.
3. Konstruiraj trapez $ABCD$:
 a) $a = 9.5$ cm, $b = 3.7$ cm, $c = 5$ cm i $d = 4$ cm;
 b) $a = 8$ cm, $b = 4.2$ cm, $c = 3.3$ cm i $d = 3.8$ cm;
 c) $a = 6.4$ cm, $b = 3$ cm, $c = 2.5$ cm i $d = 3.2$ cm;
 d) $a = 7.2$ cm, $b = 2.8$ cm, $c = 4$ cm i $d = 2.8$ cm.
4. Konstruiraj jednakokrčan trapez $ABCD$:
 a) $a = 8$ cm, $b = 4$ cm, $\alpha = 60^\circ$;
 b) $a = 6.5$ cm, $b = 3.8$ cm, $\alpha = 45^\circ$;
 c) $a = 7.2$ cm, $b = 4.2$ cm, $\alpha = 50^\circ$;
 d) $a = 5.8$ cm, $b = 1.5$ cm, $\alpha = 75^\circ$.
5. Odredi sve kutove trapeza.

α	68°			50°
β		48°	78°	
γ	104°			139°
δ		123°	116°	

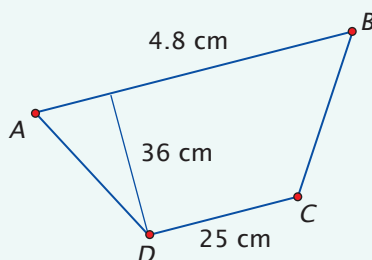
6. Odredi sve kutove trapeza.

α	46°		37°	
β		65°		70°
γ	128°		108°	
δ		112°		130°

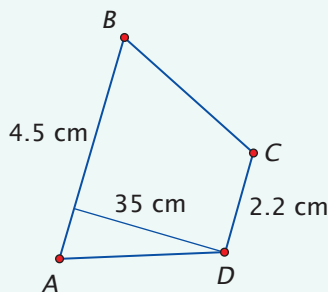
7. Izračunaj opseg trapeza.
 a) $a = 9$ cm, $c = 4.7$ cm, $b = 3$ cm i $d = 4.2$ cm
 b) $a = 8.5$ cm, $c = 3.8$ cm, $b = 2.9$ cm i $d = 3$ cm
 c) $a = 1$ dm, $c = 0.5$ dm, $b = 36$ mm i $d = 4$ cm
 d) $a = 7.8$ cm, $c = 42$ mm, $b = 3.7$ cm i $d = 2.8$ dm
8. Izračunaj površinu trapeza s osnovicama a i c te visinom v .
 a) $a = 8$ cm, $c = 4.2$ cm i $v = 3$ cm
 b) $a = 7.5$ dm, $c = 35$ cm i $v = 2.9$ dm
 c) $a = 4.5$ cm, $c = 12$ mm i $v = 2.5$ cm
 d) $a = 9$ m, $c = 54$ dm i $v = 3.5$ m
9. Izračunaj površine nacrtanih trapeza tako da najprije izračunaš duljinu srednjice.



a)



b)



c)

10. Izračunaj visinu trapeza s osnovicama a i c , te površinom P .
 a) $a = 16$ cm, $c = 4$ cm i $P = 40$ cm²
 b) $a = 1$ dm, $c = 0.6$ dm i $P = 0.32$ dm²
 c) $a = 6$ m, $c = 5.4$ m i $P = 17.1$ m²
 d) $a = 75$ mm, $c = 3.2$ cm i $P = 18.725$ cm²
11. Izračunaj duljinu druge osnovice trapeza.
 a) $c = 5$ cm, $v = 3$ cm i $P = 13.5$ cm²
 b) $c = 4.2$ dm, $v = 3.5$ dm i $P =$ dmv
 c) $a = 6.2$ m, $v = 4$ m i $P = 21$ m²
 d) $a = 4$ m, $v = 44$ dm i $P = 22$ m²
 e) $c = 2.8$ cm, $v = 2.6$ cm i $P = 11.44$ cm²
 f) $c = 48$ cm, $v = 5$ dm i $P = 27.5$ dm²
 g) $a = 2.5$ cm, $v = 22$ mm i $P = 9.57$ cm²
 h) $a = 24$ mm, $v = 0.2$ dm i $P = 8.4$ cm²
12. Izračunaj veličine trapeza koje nedostaju.

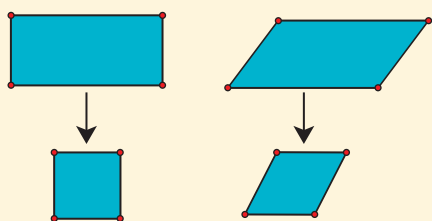
α	8.6 cm	8 dm		78 mm
β	4.2 cm	4 dm	4 cm	
γ	2.6 cm		26 mm	0.34 dm

6.7. Romb

Kako se zove četverokut koji je Matija napravio od papira?

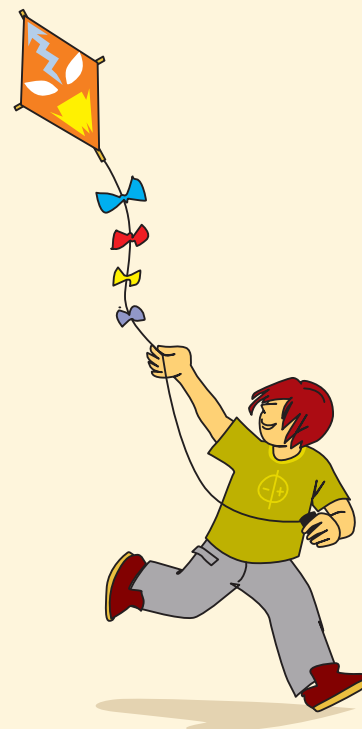
Primjer 1. Romb

Pogledaj sliku i navedi sve sličnosti i razlike koje primjećuješ.



Rješenje:

Na prve dvije slike su pravokutnik i kvadrat. Rekli smo da se pravokutnik koji ima sve stranice jednakih duljina naziva kvadrat. Na desnoj slici je paralelogram i romb. Paralelogram koji ima sve stranice jednakih duljina naziva se **romb**.

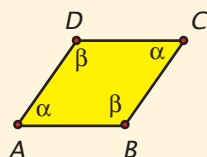


Važno

Romb je paralelogram kojemu su sve četiri stranice jednake duljine.

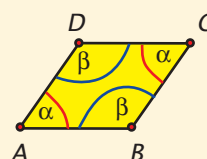
Primjer 2. Nasuprotni kutovi romba

Kakvi su nasuprotni kutovi romba?



Rješenje:

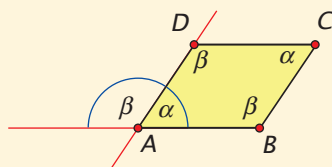
Nasuprotni kutovi α i γ su šiljasti kutovi s usporednim kracima, dakle njihove veličine su jednake $\alpha = \gamma$. Iz istog razloga i kutovi β i δ imaju jednake veličine.



Nasuprotni kutovi romba su jednake veličine.

Primjer 3. Susjedni kutovi romba

Kakvi su susjedni kutovi romba?



Rješenje:

S obzirom na to da je romb ujedno i paralelogram, za njegove kutove vrijedi isto što i za kutove paralelograma.

Zbroj veličina susjednih kutova romba je 180° . $\alpha + \beta = 180^\circ$.

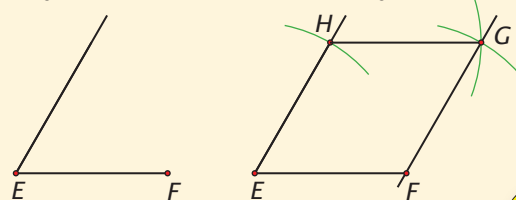
Primjer 4. Konstrukcija romba

Konstruiraj romb $EFGH$ sa stranicom duljine 2 cm i kutom 60° i izračunaj mu opseg.

Rješenje:

1. Nacrtamo dužinu \overline{EF} duljine 2 cm.
2. Zatim u točki E konstruiramo kut od 60° , tako da mu je dužina \overline{EF} jedan krak.
3. Na drugom kraku kuta šestarom nanesimo duljinu od 2 cm iz točke E i tako dobijemo točku H .
4. Iz točke F nacrtamo kružni luk polumjera 2 cm.
5. Iz točke H nacrtamo kružni luk polumjera 2 cm.

6. Sjecište tih kružnih lukova je vrh G .



Kako su sve stranice romba jednakih duljina, **opseg romba** ćemo računati po formuli:

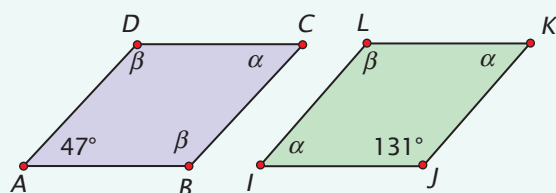
$$o = 4 \cdot a$$

Opseg zadanog romba je $o = 4 \cdot 2 = 8$ cm.

Opseg
romba

Zadaci

1. Odredi veličine svih kutova romba.



2. Konstruiraj romb i izračunaj mu opseg.

- a) stranica duljine 3 cm, a kut između njih 30° ;
- b) stranica duljine 6 cm, a kut između njih 60° ;
- c) stranica duljine 5.5 cm, a kut između njih 120° ;
- d) stranica duljine 6.5 cm, a kut između njih 45° .

Primjer 5. Konstrukcija romba pomoću dijagonala

Konstruiraj romb s dijagonalama duljine $|AC| = 5$ cm i $|BD| = 4$ cm. Izračunaj mu površinu.

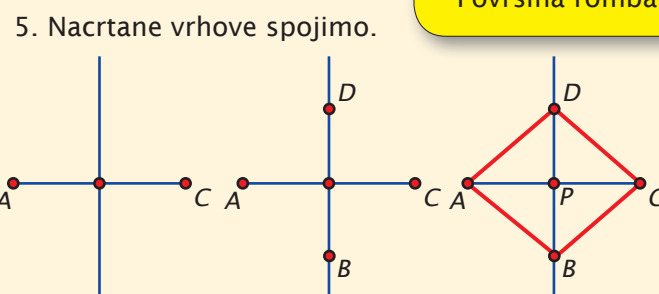
Rješenje:

Dijagonale romba su međusobno okomite i raspolavljaju se.

Točka u kojoj se dijagonale sijeku je polovište obiju dijagonala. Dakle, jedna dijagonala je simetrala druge.

1. Nacrtamo dijagonalu \overline{AC} .
2. Konstruiramo njenu simetralu i označimo polovište dužine \overline{AC} s P .
3. Od polovišta dijagonale \overline{AC} nanesimo šestarom pola duljine dijagonale \overline{BD} , tj. 2 cm prema gore, čime smo dobili vrh D .

4. Nanesemo šestarom i 2 cm prema dolje, čime smo dobili vrh B .



5. Nacrtane vrhove spojimo.
- Označimo duljine dijagonala romba sa e i f . Dijagonale dijele romb na četiri pravokutna trokuta. Zbrojimo li površine tih trokuta dobivamo da je **površina romba**

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

Površina nacrtanog romba je

$$P = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ cm}^2.$$

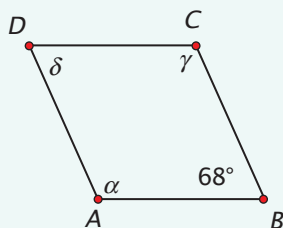
Zadaci

3. Nacrtaj romb i izračunaj mu površinu, ako su mu duljine dijagonala:
 - a) 6 cm i 8 cm;
 - b) 5.4 cm i 6 cm;
 - c) 4.5 cm i 9 cm;
 - d) 5.8 cm i 4.9 cm.
4. Izračunaj površinu romba kojemu su zadane duljine jedne stranice i visine (računa se na isti način kao i površina paralelograma):
 - a) $a = 4$ cm i $v = 5$ cm;
 - b) $a = 4.5$ cm i $v = 5.2$ cm;
 - c) $a = 4$ dm i $v = 55$ cm;
 - d) $a = 0.8$ m i $v = 68$ cm.
5. Izračunaj opseg romba kojemu je zadana duljina stranice:
 - a) 3 cm;
 - b) 12.6 dm;
 - c) $\frac{2}{3}$ m;
 - d) $\frac{9}{4}$ dm.

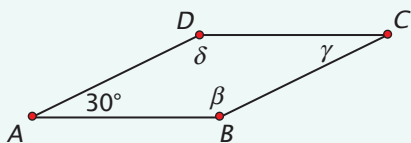
Vježbalica

1. Odredi veličine svih kutova romba.

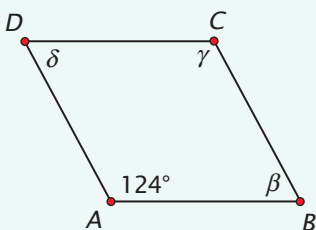
a)



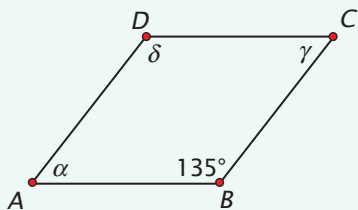
b)



c)



d)



2. Konstruiraj romb i izračunaj mu opseg.

- stranica duljine 3.5 cm, a kut između njih 60° ;
- stranica duljine 4 cm, a kut između njih 120° ;
- stranica duljine 4.2 cm, a kut između njih 50° ;
- stranica duljine 3.8 cm, a kut između njih 130° .

3. Izračunaj površinu i opseg romba ako su mu zadane duljine stranice a i visine na tu stranicu va :

- $a = 6$ cm i $va = 4.5$ cm;
- $a = 8.4$ cm i $va = 6$ cm;
- $a = 4$ cm i $va = 2.5$ cm;
- $a = 6.4$ cm i $va = 4$ cm.

4. Konstruiraj romb i izračunaj mu površinu, ako su mu duljine dijagonala:

- 6.2 cm i 8 cm;
- 4.5 cm i 6 cm;
- 5.8 cm i 7 cm;
- 8 cm i 6.4 cm.

5. Konstruiraj romb i izračunaj mu površinu, ako su mu duljine dijagonala:

- 6.8 cm i 7.5 cm;
- 6.4 cm i 5.5 cm;
- 4.2 cm i 6.2 cm;
- 7.4 cm i 5 cm.

6. Izračunaj veličinu romba koja nedostaje

a		3.2 dm	4.7 cm	
O	44 cm			5.6 m

7. Izračunaj veličinu romba koja nedostaje

e		4.2 cm	0.52 dm	
f	6 cm			22 m
P	10.5 cm ²	10.5 cm ²	11.96 cm ²	7.15 cm ²

8. Izračunaj veličinu romba koja nedostaje

e		54 mm	6 cm	
f	23 dm			25 dm
P	5.29 m ²	14.85 cm ²	0.15 dm ²	4.25 m ²

6.8. Veze između vrsta četverokuta

Kao i trokute, četverokute možemo razvrstati po nekim zajedničkim svojstvima kao što su duljine stranica, veličine kutova te usporednost stranica.



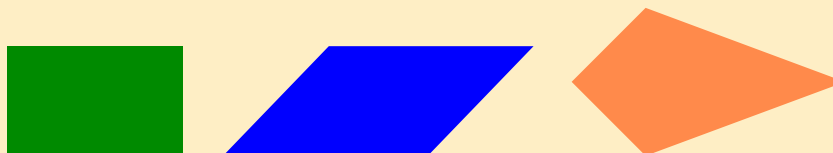
Za one koji
žele znati više

Vrste četverokuta s obzirom na duljine stranica:

- jednake duljine svih stranica: kvadrat i romb



- dva para stranica jednake duljine: pravokutnik, paralelogram i deltoid



- ima jedan par stranica jednake duljine: jednakokračan trapez



- različite duljine stranica: trapez i raznostraničan četverokut



Vrste četverokuta obzirom na usporednost stranica:



- jedan par usporednih stranica: trapez

Vrste četverokuta s obzirom na kutove:

- svi kutovi pravi: kvadrat i pravokutnik



- dva prava kuta: pravokutni trapez



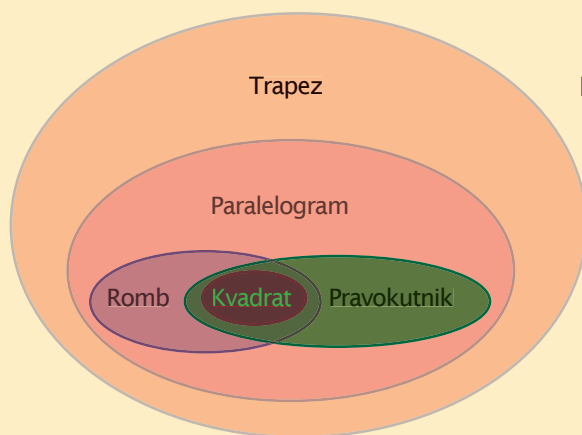
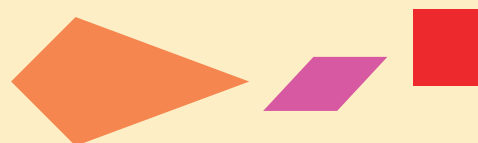
- nasuprotni kutovi jednaki: romb, paralelogram, kvadrat i pravokutnik



- kutovi na jednoj stranici jednaki: jednakokračan trapez



Četverokuti s okomitim dijagonalama su deltoid, romb i kvadrat.



Primjećujete da se neki četverokuti pojavljuju nekoliko puta. To je zato što su neki četverokuti posebni primjeri određene vrste četverokuta.

- Svaki paralelogram je trapez i četverokut.
- Svaki pravokutnik je paralelogram, trapez i četverokut.
- Svaki kvadrat je romb, pravokutnik, paralelogram, trapez i četverokut.

Odakle četverokutima imena?

Paralelogram

grč. parallelos: usporedan, paralelan

grč. gramma: slovo, crta



Paralelogram se najprije pojavljuje kod Euklida u starogrčkoj matematici.

Romb

grč. rhombos: zvrčka, čegrtaljka, romb

Čegrtaljka je mali predmet još iz antičkih vremena koji bi se zavrtio da bi proizvodio buku. Stari Grci su ga koristili u vjerskim ceremonijama. Taj je predmet imao oblik današnjeg romba, pa mu otuda i ime.

Romb se na turskom jeziku kaže baklava. Budući da se poznati orijentalni kolač reže baš u rombove, tj. baklave, dobio je i naziv baklava.



Deltoid

Delta je četvrto slovo grčkog alfabeta (Δ)

Riječi koje završavaju na -oid imaju značenje "koji slični na".



Primjerice, trapezoid – koji slični na trapez, mongoloid – koji slični na Mongola itd.

Deltoid oblikom predstavlja dva jednakokračna trokuta, tj. grčka slova delta (Δ) i odatle mu ime.

Primjeri:

deltasto ušće (npr. Nila, Neretve)

delta (antičko glazbalo u obliku slova delta)

delta-zrake (radioaktivne zrake, pojavljuju se s alfa-zrakama)

deltaplan (letjelica "zmaj")

Kvadrat

lat. quadratus:

čtvrtast,

četverouglast



U matematici kvadrat ima dva značenja. Prvo označava četverokut kojemu su sve stranice jednake duljine i svi kutovi pravi. Drugo značenje je druga potencija nekog broja. Hrvatski naziv za kvadrat je četvorina.

Trapez

grč. trapeza: stol, tabla, dolazi od tetra

(grč. četiri) i ped (noga), četiri noge

Stari Grci su smatrali da trapez nalikuje stolu, pa je stoga taj četverokut nazvan trapez.

Trapezoid (grč. -oid: koji slični čemu; tj. koji slični trapezu) je četverokut kojemu niti jedna stranica nije usporedna s drugom.

U Europi se trapez definira kao četverokut kojemu su dvije stranice usporedne. Takav se četverokut u Americi naziva trapezoid. Riječ trapezoid u Europi označava četverokut kojemu niti jedna stranica nije usporedna s drugom. Amerikanci za taj pojam imaju pak naziv trapezium. Da zakompliciramo, riječ trapezium upotrebljava se i u Europi. Srećom, znači isto što i trapezoid.



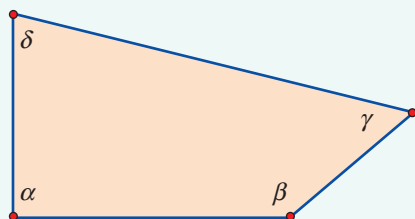
6.9. Ponavljanje

Pitanja za ponavljanje:

- Što je četverokut i kako ga označavamo?
- Što je opseg četverokuta? Koje vrste četverokuta poznaješ?
- Nacrtaj četverokut $ABCD$ i označi ga. Koji kutovi su susjedni, a koji nasuprotni kutu kod vrha D .
- Nacrtaj četverokut $ABCD$ i označi ga. Koje stranice su susjedne, a koja je nasuprotna stranici BC .
- Što je dijagonala četverokuta? Koliko svaki četverokut ima dijagonala?
- Koliki je zbroj unutarnjih kutova u svakom četverokutu?
- Što je paralelogram?
- Navedi svojstva paralelograma.
- Kakvi su kutovi u paralelogramu?
- Kakve su stranice paralelograma?
- Kako računamo opseg i površinu paralelograma?
- Što je pravokutnik?
- Kakvi su kutovi pravokutnika?
- Kakve su stranice pravokutnika?
- Kakve su dijagonale pravokutnika?
- Kako računamo opseg i površinu pravokutnika?
- Što je kvadrat?
- Kakvi su kutovi kvadrata?
- Kakve su stranice kvadrata?
- Kako računamo opseg i površinu kvadrata?
- Objasni veze između kvadrata, pravokutnika i paralelograma.
- Što je trapez?
- Kakvi su kutovi trapeza?
- Kakve su stranice trapeza i kako ih nazivamo?
- Što je srednjica trapeza i kako računamo njenu duljinu?
- Kako računamo opseg trapeza?
- Kako računamo površinu trapeza?
- Nabroji vrste trapeza i opiši ih.

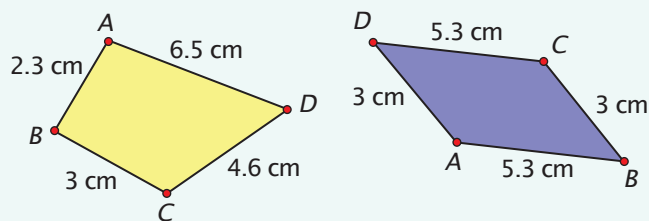
Zadaci za ponavljanje

- Označi četverokut te izmjeri i ispiši njegove vrhove, stranice i kutove.



Vrhovi četverokuta: _____
 Stranice četverokuta: _____
 Kutovi četverokuta: _____
 Duljine stranica: _____
 Veličine kutova: _____

- Izračunaj opseg nacrtanog četverokuta.



- Izračunaj nepoznati kut četverokuta.

α	β	γ	δ
107°	26°	123°	
91°	89°		105°
63°		82°	103°
	85°	90°	94°



Upotrijebi džepno računalo, ako želiš.

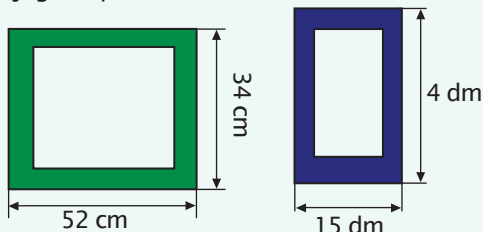
4. Izračunaj veličine paralelograma koje nedostaju.

a	60 m	
b		
v_a	300 dm	2.4 dm
v_b		3.6 dm
o	3000 dm	
P		5.76 dm ²

5. Pašnjak pravokutnog oblika treba opasati žicom. Koliko metara žice treba kupiti, ako je pašnjak dug 33.6 m, a širok 27.5 m?
6. Maja hoda rubom bazena. Bazen je dug 43 m, a širok 32.9 m. Koliki put će Maja prijeći kad obiđe cijeli bazen?
7. Izračunaj veličine pravokutnika koje nedostaju.

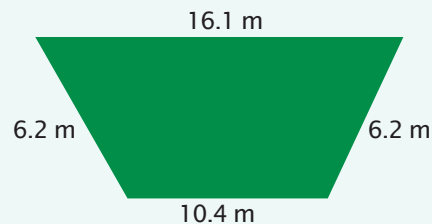
a		6 dm	5.1 dm	
b	10 cm			4.4 m
o			200 cm	22 m
P	80 cm ²	48 dm ²		

8. Širina okvira na slici je 5.3 cm. Izračunaj njegovu površinu.



9. Na zid u potkrovlju potrebno je postaviti drvenu oplatu. Zid ima oblik pravokutnika sa stranicama 3.5 m i 2.1 m. Drvena oplata radi se dasakama dužine 1 m i širine 0.15 m. Koliko je dasaka potrebno za taj zid?
10. Pod terase treba popločiti pravokutnim pločicama duljine 40 cm i širine 2 dm. Koliko je ploča potrebno, ako je terasa u obliku pravokutnika s duljinom 8 m, a širinom 20 dm?
11. Šahovska ploča sastoji se od 64 polja u obliku kvadrata, raspoređenih u 8 stupaca i 8 redaka. Polja su naizmjenično crna i bijela.
- a) Izračunaj koliko bijelog i crnog drveta je potrebno za izradu jedne šahovske ploče, ako je širina cijele ploče 56 cm.
- b) Koliko treba platiti to drvo, ako se za 1 m² bijelog drveta plaća 39.95 kn, a za 1 m² crnog drveta 59.85 kn?
12. Nacrtaj trapez.
- a) $|AB| = 6$ cm, $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 60^\circ$ i $|BC| = 4$ cm;
- b) $a = 8$ cm, $\alpha = 65^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $b = 5$ cm;
- c) $a = 5.7$ cm, $b = 1.4$ cm, $c = 4$ cm i $d = 2$ cm;
- d) $a = 6.5$ cm, $b = 3.2$ cm, $c = 2.5$ cm i $d = 3.6$ cm.

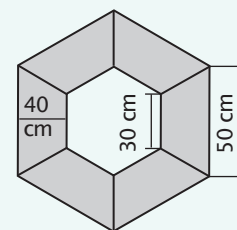
13. Lukina baka ima vrt u obliku trapeza, kao na slici. Kolika je duljina ograde tog vrta?



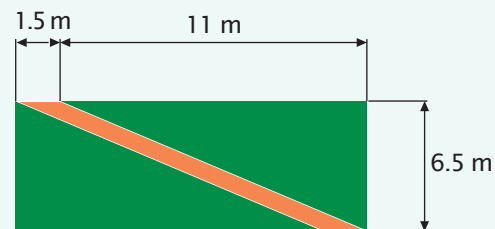
14. Izračunaj visinu trapeza sa osnovicama a i c , te površinom P .
- a) $a = 10$ cm, $c = 5$ cm i $P = 45$ cm²;
- b) $a = 7.6$ m, $c = 3.2$ m i $P = 13.5$ m².
15. Izračunaj dubinu kanala čiji poprečni presjek je trapez površine 120 m². Širina kanala na dnu je 7 m, a na površini 125 dm.

16. Kolika je širina krune nasipa čiji poprečni presjek je trapez površine 21 m². Širina dna nasipa je 8 m, a visina nasipa je 40 dm.

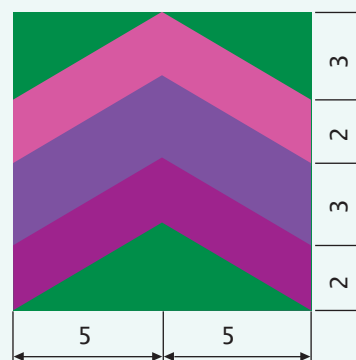
17. Lukin djed želi oko drveta u vrtu složiti klupu u obliku šesterokuta, kao na slici. Koliko je drveta potrebno za tu klupu?



18. Kroz park dijagonalno prolazi staza, kao na slici. Izračunaj površinu zelenog dijela parka. Izračunaj površinu staze.



19. Majina baka napravila je cvjetne gredice kao na slici. Izračunaj površinu cvjetne gredice. Izračunaj površinu travnjaka (zeleno obojano je travnjak). Sve veličine su u metrima.



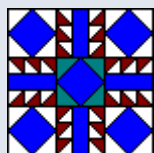
20. Na slikama su prikazani uzorci za američke krpice, s njihovim originalnim nazivima. Svi uzorci su nacrtani na mreži od devet kvadrata, a veličina kvadrata se mijenja po želji.

a) Izračunajte potrebnu količinu platna pojedine

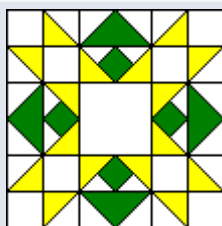
boje za svaki uzorak, ako je stranica osnovnog kvadrata 4 cm, tj. stranica velikog kvadrata je 12 cm.

b) Nacrtajte svoj uzorak.

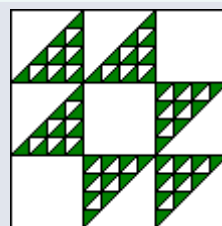
c) Napravite svoj prekrivač.



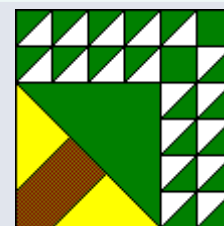
Turkey in the Straw



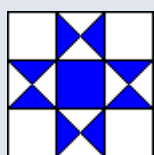
Best of All



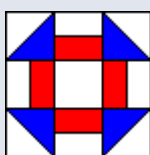
Double Pyramid



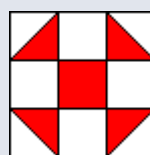
Pinetree



Ohio Star



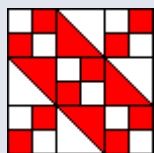
Churn Dash



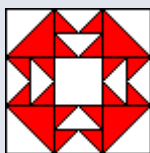
Shoo Fly



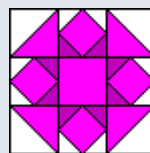
Card Trick



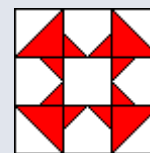
Jacob's Ladder



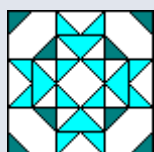
Capital T



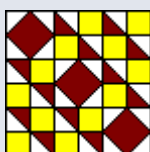
Hidden Star



A Dandy



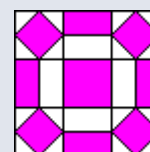
Salem



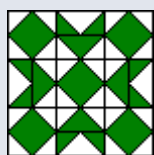
Flying Shuttles



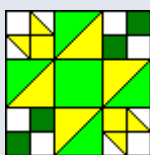
Morning



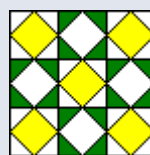
Rolling Stone



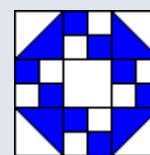
Swing in the Center



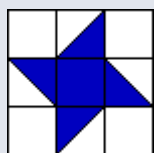
Dublin Steps



Kansas Star



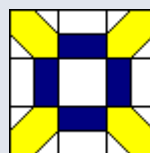
True Blue



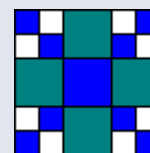
Friendship Star



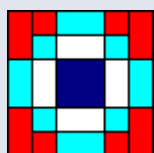
Maple Leaf



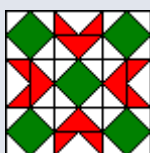
Linoleum



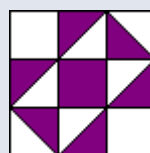
Thrifty



Antique Tile



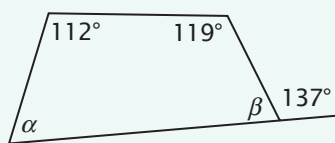
Joy Bells



Split Ninepatch

Primjerak oglednog testa:

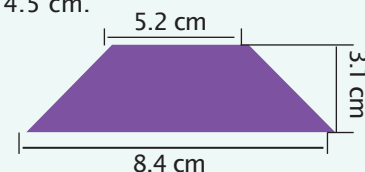
1. Izračunaj veličinu kutova α i β .



2. Nacrtaj paralelogram $ABCD$ sa stranicama duljine 6 cm i 2 cm i kutom od 60° .
3. Kolika je površina paralelograma kojemu je duljina jedne stranice 7.5 cm, a duljina pripadne visine 4.4 cm?
4. Petar je nacrtao pravokutnik kojemu je jedna stranica 5.4 cm, a druga je za 1.3 cm dulja. Koliko centimetara ima dulja stranica? Nacrtaj i ti takav pravokutnik. Koliki su njegov opseg i površina?
5. Izračunaj opseg i površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice $a = 20$ cm i duljine visina $v_a = 14$ cm i $v_b = 7$ cm.
6. Pod dječje sobe ima oblik kvadrata sa stranicom 3.5 m. Roditelji ga žele pokriti tapisonom koji se prodaje u roli širine 175 cm.
- Koliko metara role je potrebno za sobu?
 - Na koliko će dijelova trebati prerezati kupljenu rolu da tapison potpuno prekrije sobu?

7. Nacrtaj trapez s duljinama stranica $a = 7$ cm, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm i $d = 4.5$ cm.

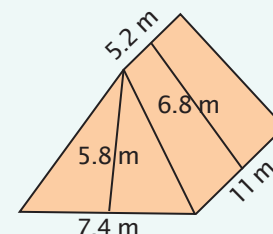
8. Izračunaj srednjicu i površinu trapeza sa slike.



9. Kolika je širina na dnu kanala čiji poprečni presjek je trapez površine 32 m^2 ? Širina kanala na površini vode je 5.5 m, a dubina kanala je 8 m.



10. a) Izračunaj površinu krova na slici.
b) Na 1 m^2 stavlja se 12 crjepova, a na vrh krova na 1 m dolazi 4 završna crijeva. Koliko crjepova je potrebno naručiti za nacrtani krov?
c) Koliko treba platiti za naručenu količinu crjepova, ako je cijena običnog crijeva 2.30 kn, a završnog 4.90 kn?



Igre:

1. Igra s kartama

Karte s trokutima i četverokutima su na CD-u.

Moguće inačice igre:

- Za svaku kartu odrediti vrstu trokuta ili četverokuta
- pobjednik je onaj koji za više karata zna odgovor.
- Spojiti parove trokuta i četverokuta s jednakim površinama (treba najprije izmjeriti potrebne veličine)
- pobjednik je onaj koji skupi više parova.

2. Igra s kartama

Karte s duljinama stranica, veličinama kutova i imenom četverokuta su na CD-u.

Igra je pogodna za grupni rad

Izvlače se tri ili više karata, prema vrsti četverokuta.

Moguće inačice igre:

- Potrebno je odlučiti može li se konstruirati četverokut sa zadanim elementima.
- Ako može, treba ga konstruirati.
- Izmjeriti potrebne veličine i izračunati površinu.

3. Tangram

Tangram je slagalica izumljena u drevnoj Kini. Sastoji se od pet trokuta, kvadrata i paralelograma. Pomoću tih dijelova treba složiti razne zagonetne likove. Na CD-u se nalazi računalna inačica te igre, a po želji možete dijelove ispisati na papir pa igrati s papirnatim modelima.

4. Mali majstori

Igra je pogodna za grupni rad.

Na CD-u se nalaze slike tlocrta raznih stanova i zgrada. Svaka grupa dobiva jedan nacrt.

Moguće inačice igre:

- Izračunati količinu i cijenu pločica za prekrivanje poda;
- količinu i cijenu boje za prekrivanje zidova;
- količinu i cijenu drvenih oplata za prekrivanje zidova;
- količinu i cijenu stakla za prozore, te drveta za vrata.

5. Koliko ima vlati trave

Igra je pogodna za grupni rad. Potrebna je izlazak iz škole na neki travnati teren.

Zadatak: Koliko ima vlati trave na školskom travnjaku?

1. Učenici se podijele u nekoliko grupa. Svaka grupa treba imati jedan karton s izrezanim kvadratnim otvorom 10×10 cm.
2. Taj karton prislone uz neko mjesto na travnjaku i porežu svu travu unutar tog kvadrata. Prebroje sve vlati trave.
3. Izmjere dimenzije školskog travnjaka i izračunaju njegovu površinu.
4. Izračunaju koliko ima vlati trave na cijelom travnjaku.
5. Usporede rezultate svih grupa.

7. Završno ponavljanje

7.1. Geometrija



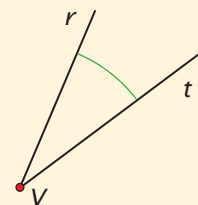
Kut

Osnovno o kutu

$\sphericalangle V$

t, r - kraci kuta

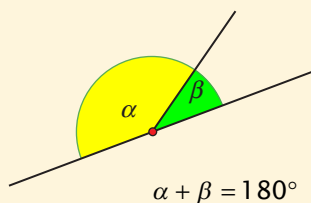
V - vrh kuta



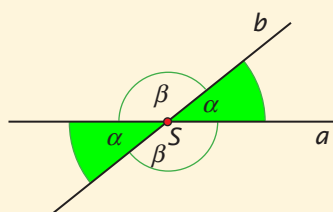
Vrste kutova



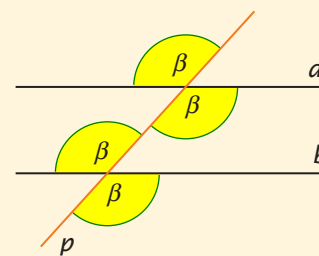
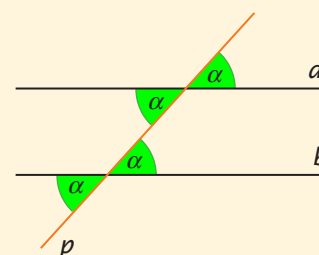
Sukuti i susjedni kutovi



Vršni kutovi

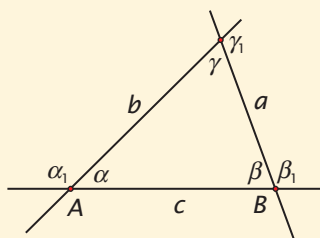


Kutovi uz presječnicu



Trokut

Svojstva



Unutrašnji kutovi trokuta

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Vanjski kutovi trokuta

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

$$\beta_1 = \alpha + \gamma$$

$$\gamma_1 = \alpha + \beta$$

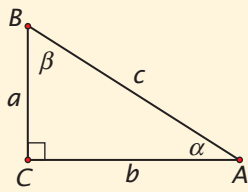
Nejednakosti trokuta

$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

$$b + c > a$$

Pravokutni trokut



a, b – katete
 c – hipotenuza

$$\gamma = 90^\circ$$

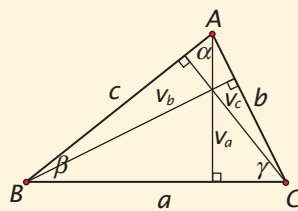
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$o = a + b + c$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$P = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

Raznostraničan trokut

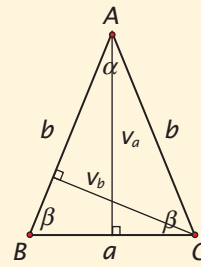


$$o = a + b + c$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Jednakokrtačan trokut



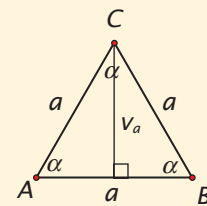
a – osnovica
 b – kraci

$$o = a + 2b$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2}$$

$$\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

Jednakostraničan trokut



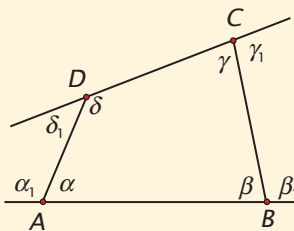
$$o = 3a$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Četverokut

Svojstva

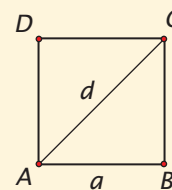


$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – unutarnji kutovi
 $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ – vanjski kutovi

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360^\circ$$

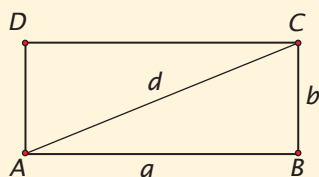
Kvadrat



$$o = 4a$$

$$P = a \cdot a = a^2$$

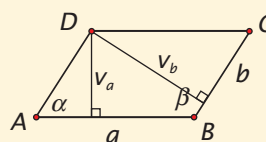
Pravokutnik



$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

$$P = a \cdot b$$

Paralelogram



$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

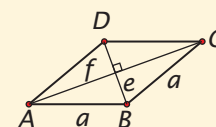
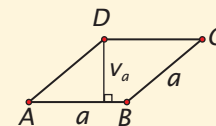
$$P = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

$$\alpha = \gamma, \beta = \delta$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ, \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma + \delta = 180^\circ, \delta + \alpha = 180^\circ$$

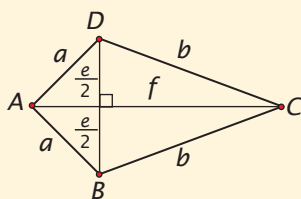
Romb



$$o = 4a$$

$$P = a \cdot v = \frac{e \cdot f}{2}$$

Deltoid

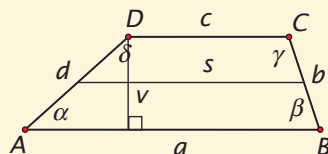


$$\alpha = \gamma, \beta = \delta$$

$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

Trapez



$$a, c - \text{osnovice}$$

$$b, d - \text{kraci}$$

$$s - \text{srednjica}$$

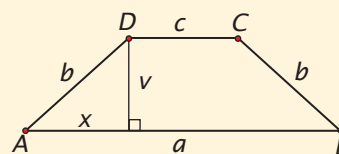
$$\alpha + \delta = 180^\circ, \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$o = a + b + c + d$$

$$s = \frac{a + c}{2}$$

$$P = s \cdot v = \frac{(a + c)}{2} \cdot v$$

Jednakokrani trapez



$$\alpha = \beta, \gamma = \delta$$

$$o = a + 2b + c$$

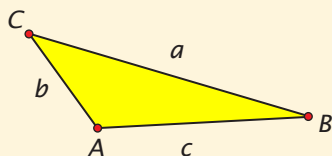
$$x = \frac{a - c}{2}$$

$$s = \frac{a + c}{2}$$

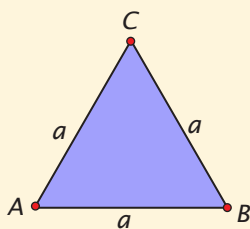
$$P = s \cdot v = \frac{(a + c)}{2} \cdot v$$

Vrste trokuta s obzirom na duljine stranica

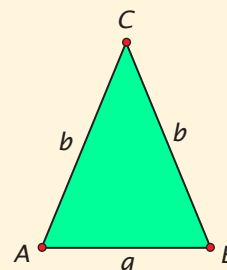
Raznostraničan



Jednakostraničan

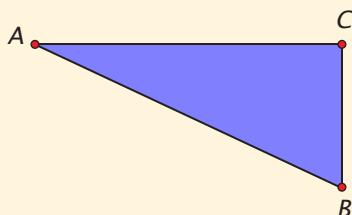


Jednakokratičan

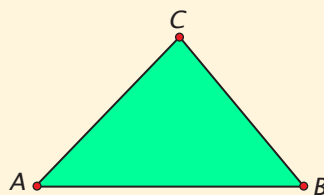


Vrste trokuta s obzirom na veličine kutova

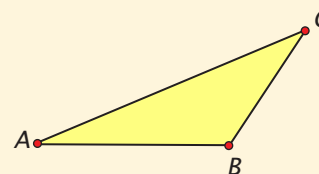
Pravokutan



Šiljastokutan



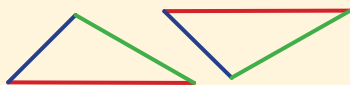
Tupokutan



Pouči o sukladnosti trokuta

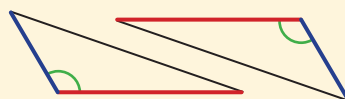
stranica – stranica – stranica
(SSS)

Dva su trokuta sukladna ako su im sve tri odgovarajuće stranice sukladne.



stranica – kut – stranica
(SKS)

Dva su trokuta sukladna ako su im sukladne dvije odgovarajuće stranice i kut između njih.



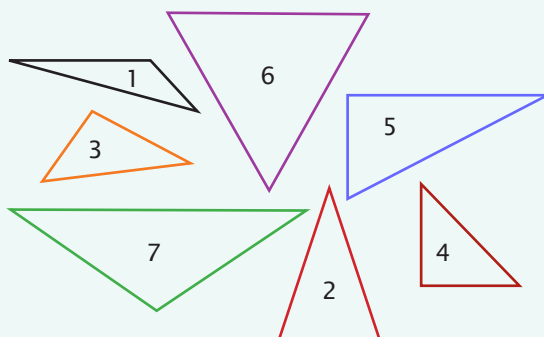
kut – stranica – kut
(KSK)

Dva su trokuta sukladna ako su im sukladni jedna odgovarajuća stranica i dva kuta uz nju.



Zadaci

1. Razvrstaj brojeve trokuta u tablicu.



	Raznostraničan	Jednakokrtačan	Jednakostraničan
Šiljastokutan			
Pravokutan			
Tupokutan			

2. Izračunaj nepoznati kut četverokuta.

α	β	γ	δ
100°	25°	125°	
94°	88°	90°	106°
67°			101°
	89°	91°	95°

3. Izračunaj kut pravokutnog trokuta

α	β	γ
25°		90°
	48°	90°
67°		90°
	50°	90°

- Koliki je kut uz osnovicu jednakokrtačnog trokuta, ako je veličina kuta nasuprot osnovici 40° ?
- Koliki je kut nasuprot osnovici jednakokrtačnog trokuta, ako je veličina kuta uz osnovicu 40° ?
- Konstruiraj trokut.
 - $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm;
 - $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm;
 - $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $\gamma = 60^\circ$;
 - $a = 6$ cm, $c = 4$ cm, $\beta = 45^\circ$;
 - $a = 3$ cm, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$;
 - $b = 6$ cm, $\alpha = 90^\circ$, $\gamma = 30^\circ$.
- Konstruiraj jednakostraničan trokut.
 - $a = 3$ cm; b) $a = 5$ cm.
- Konstruiraj jednakokrtačan trokut s osnovicom a i krakovima b .
 - $a = 3$ cm, $b = 5$ cm;
 - $a = 5$ cm, $\beta = 45^\circ$;
 - $a = 6.5$ cm, $\alpha = 120^\circ$;
 - $b = 6$ cm, $\beta = 30^\circ$;
 - $b = 5$ cm, $\alpha = 45^\circ$.

9. Konstruiraj pravokutan trokut kojemu su zadane duljine kateta.

a) $a = 3$ cm, $b = 5$ cm; b) $a = 6$ cm, $b = 4$ cm.

10. Konstruiraj trokut i sve tri njegove visine.

a) $a = 5$ cm, $b = 6$ cm i $c = 7$ cm;

b) $a = 6$ cm, $\beta = 50^\circ$ i $\gamma = 65^\circ$;

c) $b = 7$ cm, $c = 5$ cm i $\alpha = 70^\circ$;

d) Jednakostraničan trokut $a = 4.5$ cm;

e) Jednakokrtačan trokut osnovica $a = 4$ cm, krakovi $b = 6$ cm.

11. Izračunaj površinu trokuta kojemu su zadane duljina jedne stranice i pripadne visine:

a) $a = 2$ cm i $v_a = 5$ cm;

b) $b = 14$ dm i $v_b = 10$ dm;

c) $c = 6$ m i $v_c = 7$ m;

d) $a = 3.5$ cm i $v_a = 5.6$ cm.

12. Krov crkvenog tornja sastoji se od četiri

jednakokrtačna trokuta osnovice 3.6 m i visine 6.8 m. Koliko je lima potrebno da se prekrije cijeli krov? Ako je cijena 1 m² lima 20 kn, koliko treba platiti lim za cijeli krov?

13. U pravokutnom trokutu zadane su duljine kateta

$a = 3$ m, $b = 4$ m i duljina visine na hipotenuzu $v_c = 2.4$ m. Kolika je duljina hipotenuze?

14. Konstruiraj paralelogram i izračunaj mu opseg, ako je zadano:

a) stranice duljina 5 cm i 3 cm, a kut između njih 30° ;

b) stranice duljina 4 cm i 6 cm, a kut između njih 60° .

15. Izračunaj površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice a i pripadne visine v_a :

a) $a = 6$ cm, $v_a = 4$ cm;

b) $a = 16$ dm, $v_a = 41$ dm;

c) $a = 60$ cm, $v_a = 4$ dm;

d) $a = 76$ dm, $v_a = 4$ m.

16. Izračunaj površinu paralelograma kojemu je zadana duljina stranice b i pripadne visine v_b :

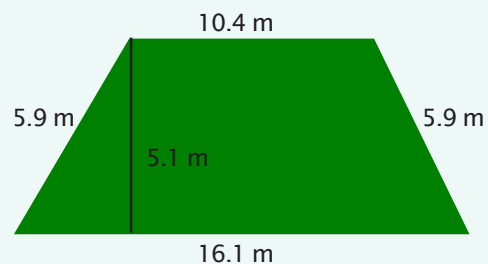
a) $b = 5$ cm, $v_b = 7$ cm;

b) $b = 6.5$ dm, $v_b = 8.7$ dm.

17. Izračunaj veličine paralelograma koje nedostaju.

a	10 cm	8.6 dm	30 m	
b				12 cm
v_a	7 cm		15 m	
v_b	3.5 cm			18 cm
o		60.2 dm	150 m	
P		86 dm ²		144 cm ²

18. Kolika je površina vrta Majinog djeda? Koliko žice je potrebno za ogradu tog vrta?



7.2. Aritmetika

Uspoređivanje

- Nula je veća od svakog negativnog broja.
- Pozitivni brojevi su veći od negativnih.
- Nula je manja od pozitivnog broja.
- Od dva broja veći je onaj koji se nalazi desno odnosno manji je onaj broj koji se nalazi lijevo na brojevnom pravcu.
- za razlomke vrijedi:

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d > b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ ako je } a \cdot d < b \cdot c$$

Zbrajanje i oduzimanje racionalnih brojeva

- Jednaki predznaci – prepisi predznak i brojeve bez predznaka zbroji.
- Različiti predznaci – zamisli brojeve bez predznaka, od većeg oduzmi manji i prepisi predznak od većeg.
- Razlomke svedi na zajednički nazivnik.
- Decimalne brojeve potpiši točku pod točku.

Množenje i dijeljenje

- Jednaki predznaci – pozitivan rezultat
- Različiti predznaci – negativan rezultat

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$+ : + = +$$

$$- : - = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

Množenje više brojeva

- Ako negativnih faktora ima paran broj, umnožak će biti pozitivan broj.
- Ako negativnih faktora ima neparan broj, umnožak će biti negativan broj.

Redoslijed računskih operacija

1. Množenje i dijeljenje
2. Zbrajanje i oduzimanje

Podsjetnik za zagrade

- Zagrade određuju prednost pri računanju
- Ako je ispred zagrada +, zagradu uklonimo.
- Ako je ispred zagrada -, svim članovima zagrada moramo promijeniti predznak.
- Zagradu množimo nekim brojem tako da svaki član zagrada pomnožimo tim brojem.

Podsjetnik za rješavanje jednadžbe

- Računskim postupcima ukloni zagrade,
- Cijelu jednadžbu pomnoži sa zajedničkim nazivnikom,
- Nepoznanice lijevo, poznanice desno (pri prebacivanju mijenjaj predznak),
- Zbroji što možeš,
- Dijeli s brojem koji množi nepoznanicu.

Pri rješavanju problemskih zadataka

- pročitaj zadatak,
- odredi pitanje,
- odredi koji podaci su zadani,
- napiši jednadžbu,
- riješi jednadžbu,
- provjeri rezultat,
- napiši odgovor riječima.

Zadaci

1. Usporedi racionalne brojeve:

a) 1.5 i $-\frac{4}{3}$; b) $-\frac{11}{2}$ i 5.6 ;

c) $-\frac{4}{10}$ i 0 ; d) $\frac{2}{6}$ i 0 .

2. Poredaj po veličini od najmanjeg prema najvećem:

$-\frac{14}{4}$, 0.81 , -2.32 , $\frac{5}{2}$ i 1.75

3. Poredaj gradove prema izmjerenim temperaturama tako da počneš od najtoplijeg grada.

Atena 14.4 °C, Berlin 6.4 °C, Moskva -20.4 °C, Oslo -11.4 °C, Pariz -3.8 °C, Prag -5.4 °C, Rim 16.5 °C, Beč 0 °C, Zagreb 2.5 °C, Bern -4.6 °C, London -5.9 °C, Madrid 9.4 °C, Kopenhagen -12.8 °C, Haag 2.6 °C, Helsinki -17.2 °C.

4. Izračunaj:

a) $-2.5 + 3.67$; b) $-45.98 - 23.45$;

c) $-12.3 - 5.99$; d) $8.79 - 8.67$;

e) $-\frac{2}{3} - 2.2$; f) $\frac{1}{6} + 4.25$;

g) $-6.5 - \frac{2}{7}$; h) $0.8 + \frac{5}{11}$.

5. Izračunaj:

a) $-5.20 + 3.45$; b) $0.21 + 6.67$;

c) $-5.62 - 16.79$; d) $-11.03 + 26.91$;

e) $-16.4 + 37.03$; f) $-21.8 - 47.15$;

g) $27.2 - 57.27$.

6. Pojednostavni zapis pa izračunaj:

a) $-6.6 + (-2.3) + (+4.4) - (-1.5) - (+3.2)$;

b) $- (+2.5) + (-6.6) - (-3.2)$;

c) $100 - (-25) - 35 + (-25) - (+35)$;

d) $- (+8.4) + 45 - (+45) + 0 + (-12.5)$.

7. Koliko je metara:

a) $1\frac{2}{5}$ km; b) 3 cm; c) $\frac{3}{10}$ dm; d) 234 mm?

8. Koliko je grama: a) $\frac{3}{4}$ kg; b) $\frac{13}{25}$ kg?9. Koliko je minuta: a) $\frac{1}{2}$ sata; b) $\frac{1}{6}$ sata?10. Izračunaj: a) $\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{15}$; b) $\frac{7}{14} \cdot \left(-\frac{42}{21}\right)$;

c) $\frac{-17}{44} \cdot \left(-\frac{55}{34}\right)$; d) $\frac{5}{100} \cdot \left(\frac{-50}{-20}\right)$.

11. Izračunaj umnožak:

a) $-6 \cdot 3 \cdot 5$;

b) $-8 \cdot (-2) \cdot 6$;

c) $-7 \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-2)$;

d) $-5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$;

e) $0 \cdot (-9) \cdot (-5) \cdot (-3)$;

f) $-9 \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot 0$;

g) $-6 \cdot (-9) \cdot 4 \cdot 3$;

h) $5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 8$;

i) $6 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-4)$.

12. Izračunaj količnik:

a) $-27 : 9$; b) $-49 : (-7)$; c) $-14 : 7$;

d) $-50 : 5$; e) $-9 : (-9)$; f) $-60 : (-10)$;

g) $-48 : (-8)$; h) $66 : 11$; i) $6 : (-2)$;

j) $-20 : (-5)$.

13. Odaberi jednostavniji način rješavanja:

a) $-\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{10}{3} + \frac{4}{5}\right)$; b) $5 \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{9}{10}\right)$;

c) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{4}{3}\right)$; d) $-7 \cdot \left(\frac{11}{21} - \frac{9}{14}\right)$.

14. Izračunaj:

a) $13 - (-4) \cdot 3$;

b) $6 + 30 : (-6)$;

c) $-18 : 3 + (-28) : (-7)$;

d) $-6 - 55 : 5 + 11$;

e) $5 - (-8) \cdot (-3)$.

15. Izračunaj:

a) $4 - 5.3 - \left[\frac{3}{2} + (-2) + 8 \cdot \left(-7 - 3.5 + \frac{1}{4}\right)\right]$;

b) $3.6 - [-7.5 - (-12 - 5) \cdot (-2)] \cdot (-2)$;

c) $-[-64 : (-16 + 8) - 9.9]$;

d) $-15.45 + 4 \cdot \{1.6 - 14 : [16 - 3 \cdot (-9 + 12)]\}$.

16. Od 2 459.5 kg jabuka prvi je dan prodano

345.5 kg, a drugi dan $\frac{1}{2}$ ostatka. Kolika je zarada u ta dva dana, ako je cijena jednog kilograma jabuka 3.50 kn?17. U jednu kutiju stane 40 boca soka. Kolika je ukupna masa kutije, ako je masa prazne boce $\frac{1}{4}$ kg, masa soka u boci 0.7 kg i masa prazne kutije 2.5 kg?18. Jedan radnik za 4 sata obradi 50.25 m³ drva, a drugi za 5 sati obradi 60.5 m³ drva. Koliku količinu drva svaki od njih obradi za 1 sat? Koliku količinu drva bi obradili za 1 sat zajedno?

19. Majina obitelj je kupila zemljište površine 250 m^2 . Na tom zemljištu žele imati kuću površine 84.5 m^2 , bazen površine 16 m^2 te vrt s travnjakom površine 45.75 m^2 . Je li zemljište dovoljno veliko za sve njihove želje?
20. Od zemljišta površine $2\,500.6 \text{ m}^2$ prodana su tri gradilišta površine 502.25 m^2 , 499.5 m^2 i 600.3 m^2 . Kolika je površina ostala za zelenilo?
21. Provjeri je li zadani broj rješenje jednadžbe.
- $x = 5$, $2x = 10$;
 - $y = 7$, $y + 4 = 15$;
 - $y = 4$, $-3y - 6 = 1$;
 - $x = 2.5$, $5x + 7.5 = 15$;
 - $y = -4.4$, $12.4 + y = 8$;
 - $x = 1.7$, $15 - 6x = 27$.
22. Riješi jednadžbe:
- $x + 17 = 25$; b) $z + 11 = -24$;
 - $x + 8.5 = 10$; d) $27 + z = 179 - 11$;
 - $x \cdot (-25) = -100$; f) $3.5 \cdot z = 14.35$;
 - $-9y = -10$; h) $\frac{x}{13} = 5$; i) $\frac{y}{-21} = 9$;
 - $z : 61 = -2.5$.
23. Riješi jednadžbe:
- $7y + y = 64$;
 - $z + 6z = -63$;
 - $-3x - 5x = 152$;
 - $x - 6x - 1 = 2x + 5x + 11$;
 - $2.5y = 4y + 86.4$;
 - $10 - 30y - 150 = -200y + 20y + 500$;
 - $42z - 54 - 26z + 12 = 46 - 30z - 4 + 18z$.
24. Riješi jednadžbe:
- $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{3}{2}$; b) $4 - \frac{4}{3}y = 2y$;
 - $\frac{x}{6} - \frac{1}{2} - 2.5 = 1 - \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$; d) $2x - \frac{x}{3} + \frac{1}{15} = 0.1$.
25. Riješi jednadžbe:
- $4x - 114 - (6x - 120) - (8x - 74) = 0$;
 - $10(2 - 3x) + 6(5x - 2) - 14(4 - x) = 0$;
 - $12(0.44 - 2x) = -2.88$.
26. Riješi jednadžbe:
- $\frac{2x+1}{5} + \frac{3x-2}{4} = \frac{2x-5}{2} - \frac{x+1}{10} - \frac{37}{20}$;
 - $10\left(x + \frac{2}{3}\right) - 4(6x - 1) = 6$;
 - $\frac{x-3}{8} + 3 = \frac{3x+127}{20} - \frac{x+9}{12}$.
27. Vožnja od kuće do škole trajala je 48 minuta. Povratak je trajao 15 minuta dulje. Koliko je trajao povratak kući?
28. Matija je prodao svoju nogometnu loptu za 61.50 kn . To je 17.50 kn manje od cijene koju je platio za novu loptu. Kolika je bila cijena nove lopte?
29. Vlak prevali 95 km za jedan sat. Koliko traje putovanje od 855 km ?
30. Luka ima 21 bod, što je $\frac{1}{4}$ bodova potrebnih da pobijedi u igri. Koliko mu je bodova potrebno za pobjedu?
31. Lukina baka je šest puta starija od njega. Baka i Luka zajedno imaju 77 godine. Koliko godina ima svatko od njih?
32. Dva para cipela koštaju 680.98 kn . Jedan par košta 99.12 kn više nego drugi. Koliko košta svaki par cipela?
33. U 6.b razredu ima 28 učenika. Djevojčica ima za 2 manje nego dječaka. Koliko je djevojčica, a koliko dječaka u tom razredu?
34. Bazen se jednom cijevi može napuniti za 5 sati, a drugom isprazniti za 6 sati. Za koje vrijeme će se bazen napuniti, ako se istodobno otvore obje cijevi?
35. Duljine stranica pravokutnika izražene u centimetrima su dva uzastopna parna prirodna broja. Opseg tog pravokutnika je 300 cm . Kolike su duljine stranica?
36. U nekom trokutu je jedan unutarnji kut veličine α . Drugi unutarnji kut je peterostruko veći od kuta α , a treći trostruko veći. Koliki su unutarnji kutovi tog trokuta?
37. Sljemenska žičara je dugačka 4017 m . Kojom brzinom treba voziti žičara da bismo na vrhu bili za 20 minuta.
38. Udaljenost između Zagreba i Kopenhaga je 1600 km . U isto vrijeme, jedan prema drugom krenu dva automobila. Automobil koji je krenuo iz Zagreba vozi 70 km/h . Automobil koji je krenuo iz Kopenhaga vozi 90 km/h .
- Koliko udaljenost će svaki od njih prijeći za sat vremena?
 - Nakon koliko vremena će se automobili sresti?
 - Koliko će biti udaljeni od Zagreba i Kopenhaga u trenutku susreta?

4. Racionalni brojevi

4.0. Uvod

- To je skup prirodnih brojeva.
- To je skup cijelih brojeva.

5	pozitivan cijeli broj (prirodan broj)
5.6	decimalni broj
$\frac{1}{7}$	razlomak
-25	negativan cijeli broj

4.	-5	5
	-4	4
	-13	13
	-50	50
	-2500	2500

- a) -20; b) 20; c) 20; d) -20.
- a) -9; b) -1; c) 1; d) 9.
- a) -5; b) 5; c) 5; d) -5.
- a) 8; b) 5.95; c) 9.31; d) 3.2.
- a) $-\frac{1}{10}$; b) $1\frac{17}{24}$; c) $1\frac{1}{5}$; d) $\frac{5}{8}$.

4.1. Pozitivni i negativni rac. br.

- a) $\frac{2}{1}, \frac{123}{1}, \frac{45}{1}, \frac{90}{1}, \frac{12345}{1}$;
b) $\frac{4}{1}, \frac{65}{1}, \frac{323}{1}, \frac{456345}{1}$;
c) $\frac{6}{5}, \frac{17}{5}, \frac{114}{25}, \frac{567}{100}, \frac{7999}{1000}, \frac{5}{4}$;
d) $\frac{37}{10}, \frac{49}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4504441}{10000}$.
- a) $\frac{5}{2}, \frac{23}{1}, \frac{9}{2}, \frac{12}{1}$;
b) $\frac{44}{1}, \frac{13}{2}, \frac{554}{1}, \frac{4563}{1000}$.
- $-8 = -\frac{8}{1} = -\frac{16}{2} = -\frac{24}{3}$.
- $12 = \frac{12}{1} = \frac{144}{12} = \frac{48}{4}$;
 $-1.6 = -\frac{16}{10} = -\frac{8}{5} = -\frac{32}{20}$;
 $-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10} = -\frac{20}{50}$;
 $3.46 = \frac{346}{100} = \frac{173}{50} = \frac{865}{250}$;
 $-5 = -\frac{5}{1} = -\frac{15}{3} = -\frac{35}{7}, \frac{4}{3} = \frac{12}{9} = \frac{32}{24}$.

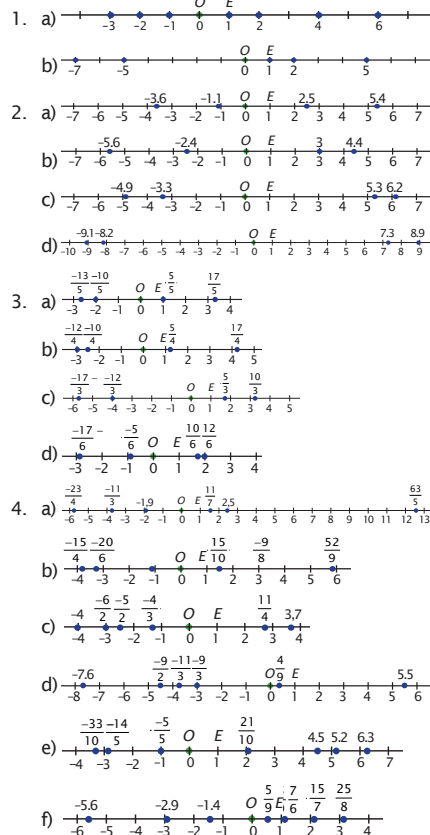
- a) 0.25, 0.5, 0.4, 0.3, 0.625; b) -3.75, 4, -5.8, 35, -65.75; c) 0.333, 0.833, 0.429, 0.846, 0.933; d) -3.667, -2.5, -5.571, -8.462, -4.
- 5.0, 0.75, -5.5, -12.0, 2.9, -6.625.

Konačan decimalni zapis							
$\frac{3}{4}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{30}{6}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{55}{32}$	$\frac{21}{7}$	$\frac{111}{8}$	$\frac{3}{6}$
Beskonačan decimalni zapis							
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2456}{13}$	$\frac{10}{3}$				

- a) 1.75, 1.5, 2.4, 3.7, 6.75; b) -43.75, 42.5, -59.2, 235, -6515.75; c) 4, 2.5, ≈ 5.29 , ≈ 9.31 , 99.2; d) ≈ -410.33 , -6, ≈ -54.14 , ≈ -93.08 , ≈ -400.07 .
- a) $-\frac{45}{23}$; b) $-\frac{245}{99}$; c) $-\frac{2}{3}$; d) $-\frac{16}{25}$.
- a) $\frac{45}{23}$; b) $\frac{245}{99}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{16}{25}$.
- a) $\frac{45}{23}$; b) $\frac{245}{99}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{16}{25}$.

- a) $-\frac{45}{23}$; b) $-\frac{245}{99}$; c) $-\frac{2}{3}$; d) $-\frac{16}{25}$.
- a) negativan; b) pozitivan; c) pozitivan; d) pozitivan; e) negativan; f) negativan; g) pozitivan; h) negativan.

4.2. Prikazivanje racionalnih brojeva na pravcu



4.3. Uspoređivanje racionalnih brojeva

- a) $-5 < 9, 7 > 0, -8 < 0, -7 < 12, 6 > -3, -12 < 4$; b) $\frac{5}{8} > 0, -\frac{4}{9} < 0, -\frac{11}{4} < 3.4, \frac{14}{5} > -\frac{123}{7}$; c) $0 > -12.4, -\frac{4}{9} < 5.4, 0 > -\frac{121}{54}, 19.35 > -\frac{1323}{257}$; d) $\frac{3}{545} > -0.123, 1.44 > -\frac{567}{999}, 6.5 > -9.7, 11.2 > -5.3$.
- a) $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}, \frac{8}{3} < \frac{19}{3}, \frac{3}{10} < \frac{7}{10}, \frac{5}{6} > \frac{1}{6}$;
b) $\frac{1}{2} < \frac{3}{3}, \frac{8}{3} > \frac{9}{5}, \frac{3}{10} < \frac{5}{7}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$;
c) $2.5 < 6.8, 12.34 < 12.43, 6.45 > 5.56, 125.99 > 125.91$; d) $0.5 < \frac{4}{3}, \frac{7}{2} < 5.6, \frac{3}{10} < 0.33, \frac{5}{6} > 0.83$.
- a) Luka je pojeo veći dio torte; b) manje je pretrčala Lucija; c) skuplja je knjiga o životinjama; d) prvi motor je brži jer je prešao veći dio puta u jednoj minuti.
- Luka je bio uspješniji.
- Brže je trčala Ana (Ana pretrči 1 km za 6 min, a Maja za $\frac{27}{4}$ min).
- a) Prva cijev napuni $\frac{1}{6}$ bazena; b) druga cijev napuni $\frac{1}{8}$ bazena; c) veći dio bazena napuni

prva cijev za 5 sati (prva cijev napuni $\frac{5}{6}$ bazena, a druga za 6 sati napuni $\frac{6}{8}$).

- a) $-\frac{7}{2} < -3, -5 < -\frac{23}{5}, -\frac{13}{10} > -4, -\frac{13}{6} < -2$;
b) $-\frac{5}{2} < -\frac{4}{3}, -\frac{8}{3} < -\frac{11}{5}, \frac{13}{10} > -\frac{15}{7}, \frac{13}{6} < \frac{17}{12}$;
c) $-2.5 > -5.2, -12.34 < -12.33, -6.45 > -6.56, -125.99 > -126.99$;
d) $-1.5 < -\frac{4}{3}, -\frac{11}{2} > -5.6, -\frac{4}{10} = -0.4, -\frac{2}{6} < -0.33$.
- a) $\frac{11}{2} > -3, 5 > \frac{24}{5}, -\frac{19}{10} > -2, -\frac{11}{6} < 21$;
b) $-\frac{7}{2} < \frac{11}{3}, -\frac{5}{3} < -\frac{7}{5}, \frac{19}{10} < \frac{20}{7}, 0 > -\frac{117}{12}$;
c) $-2.3 < 2.1, -2.34 < 0, 6.5 > -6.56, 25.9 > 0$;
d) $-2.5 < \frac{5}{2}, \frac{19}{2} > -5.6, -\frac{7}{10} = -0.7, -\frac{12}{6} < 0$.
- a) $-\frac{5}{9} < \frac{5}{7} < \frac{4}{3}$; b) $-\frac{13}{9} < -\frac{2}{5} < \frac{1}{3} < \frac{7}{10}$.
- Jagode, čokolada, sladoled, lizaljka, štapići.
- a) $\frac{5}{2} > 1.75 > 0.8 > -2.31 > -\frac{13}{4}$;
b) $4.43 > \frac{17}{4} > -5.05 > -5.21 > -\frac{27}{5}$.
- $\frac{60}{15} < \frac{104}{25} < 4.22 < \frac{17}{4} = 4.25$.

13. Najniži je bio u Donjem Miholjcu, a najviši u Botovu.

- a) $x = 10, 15.6, 17.12$; b) $x = -14.5, -13, -12.09$; c) $x = 0.07, 1, 1.8$; d) $x = -11.89, -10, -9.7$; e) $x = -10.9, -10.6, -10.23$; f) $x = -1.19, -1.17, -1.111$; g) $x = 5.56, 5.57, 5.578$.

15. Mrtvo more.

- a) $-29.6^\circ\text{C} < -12.9^\circ\text{C} < -11.5^\circ\text{C} < 0^\circ\text{C} < 17.8^\circ\text{C} < 29^\circ\text{C}$; b) $-33.6^\circ\text{C} < -21.5^\circ\text{C} < -15.9^\circ\text{C} < -12.8^\circ\text{C} < 2^\circ\text{C} < 39^\circ\text{C}$; c) $-14.5^\circ\text{C} < -2.9^\circ\text{C} < -2.6^\circ\text{C} < -0.5^\circ\text{C} < 7.8^\circ\text{C} < 9^\circ\text{C}$.

17.

Zagreb	Jesenice	Slavonski Samac	Crnac	Jasenovac	Slavonski Brod	Zupanja	Mačkovac	Davor
-2.11	-1.3	-1.15	-0.95	0.39	0.68	0.79	1.99	2.01

18. a) D; b) E; c) D, C, F, B, A, E

- a) Rim, Atena, Madrid, Berlin, Haag, Zagreb, Beč, Bern, Pariz, Prag, London, Kopenhagen, Oslo, Helsinki, Moskva; b) London, Prag, Pariz, Berlin, Beč, Zagreb, Bern, Haag.

20.

Zupanja	Slavonski Brod	Jasenovac	Zagreb	Mačkovac	Jesenice	Crnac	Davor	Slavonski Samac
$\frac{9}{10}$ m	86 cm	0.39 m	32 cm	2 cm	$-\frac{1}{2}$ m	-65 cm	$\frac{3}{4}$ m	-1.20 m

- a) $\frac{5}{2} = 2.5, \frac{19}{4} = 4.75, -\frac{7}{10} = -0.7, -5.6 < -2.5 < -\frac{7}{10} < \frac{5}{2} < \frac{19}{4}$;
b) $\frac{45}{4} = 11.25, -\frac{1}{4} = -0.25, -\frac{723}{10} = -72.3, -\frac{723}{10} < -15.06 < -\frac{1}{4} < \frac{45}{4} < 12.5$;
c) $-\frac{16}{3} \approx -5.33, \frac{32}{6} \approx 5.33, -\frac{27}{5} = -5.4, -\frac{27}{5} < -\frac{16}{3} < -5.1 < \frac{32}{6} < 5.4$;
d) $\frac{5}{2} = 2.5, \frac{19}{4} = 4.75, -\frac{7}{10} = -0.7, -5.6 < -2.5 < -\frac{7}{10} < \frac{5}{2} < \frac{19}{4}$.

4.4. Zbrajanje i oduzimanje racionalnih brojeva

- a) 6.17; b) -69.43; c) -18.29; d) 17.46; e) -179.9; f) 77.8; g) -113.3; h) -21.578.
- a) $3\frac{5}{8}$; b) $-\frac{19}{20}$; c) -1.45; d) 3.15; e) $-2\frac{13}{15}$;
f) $4\frac{5}{12}$; g) $-6\frac{11}{14}$; h) $1\frac{14}{55}$.

3. Ukupna težina je 4.75 kg.

1. broj	2. broj	Zbroj
5.2	3.45	8.65
10.6	4.57	15.17
16.00	5.69	21.69
21.41	6.81	28.22
26.81	7.93	34.74
32.2	9.05	41.25
37.63	10.17	47.8
1. broj	2. broj	Zbroj
5.20	3.45	8.65
-0.21	-6.67	-6.88
-5.62	-16.79	-22.41
-11.03	-26.91	-37.94
-16.4	-37.03	-53.43
-21.8	-47.15	-68.95
-27.2	-57.27	-84.47

5. a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{2}{9}$; e) $-\frac{11}{12}$; f) $-\frac{13}{20}$;
 g) $-\frac{13}{21}$; h) $-\frac{43}{45}$; i) $-\frac{7}{12}$; j) $-\frac{7}{60}$; k) $1\frac{7}{18}$;
 l) $1\frac{11}{20}$; m) $1\frac{47}{80}$; n) $1\frac{19}{30}$; o) $-\frac{41}{63}$; p) $-9\frac{11}{140}$.

1. broj	2. broj	3. broj	Zbroj
-5.50	-12.45	-11	-28.95
19.04	24.90	38.08	82.02
-32.58	-49.80	-65.16	-147.54
-46.12	-99.60	-92.24	-237.96
59.66	199.20	119.32	378.18
73.20	398.40	146.4	618
86.74	796.80	173.48	1057.02
-100.28	-1593.60	-200.56	-1894.44
-113.82	-3187.20	-227.64	-3528.66
-127.36	-6374.40	-254.72	-6756.48

7. a) -1.17; b) -22.53; c) 6.31; d) -0.12;
 e) -66.9; f) 33.2; g) 108.9; h) -16.222.
 8. a) 3.375; b) 0.45; c) 1.05; d) -2.35; e) $-\frac{8}{15}$;
 f) $4\frac{1}{12}$; g) $6\frac{3}{14}$; h) $\frac{19}{55}$.

1. broj	2. broj	Zbroj
-5.2	3.45	-1.75
10.6	-4.57	6.03
-16.00	5.69	-10.31
-21.41	6.81	-14.6
26.81	-7.93	18.88
-32.22	9.05	-23.17
37.63	-10.17	27.46
1. broj	2. broj	Zbroj
-5.20	3.45	-1.75
0.21	-6.67	-6.46
-5.62	-16.79	-22.41
-11.03	26.91	15.88
-16.4	37.03	20.63
21.8	-47.15	-25.35
27.2	-57.27	-30.07

10. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $-\frac{8}{15}$; d) $-\frac{1}{9}$; e) $-\frac{5}{12}$; f) $-\frac{3}{20}$;
 g) $\frac{1}{21}$; h) $\frac{7}{45}$; i) $-\frac{1}{12}$; j) $-\frac{1}{20}$; k) $-\frac{17}{18}$; l) $\frac{19}{20}$.
 11. a) pozitivan; b) negativan; c) negativan; d) pozitivan; e) negativan; f) pozitivan; g) negativan; h) pozitivan.
 12. a) -35; b) -30.
 13. a) -4; b) 10; c) -8.5; d) 38.7.
 14. a) -6.2; b) -5.9; c) 30; d) -20.9.
 15. a) 2.5; b) -6.2; c) -3.2; d) 0; e) 58.7; f) -6.6; g) -5; h) -4.3; i) 0; j) 16.3.
 16. a) -17.7; b) -60; c) -7.1; d) 0.4; e) -15; f) 32.8.
 17. Sad je na dubini 24.4 m.
 18. a) $-\frac{57}{80}$; b) $\frac{7}{10}$; c) $-\frac{20}{63}$; d) $-\frac{39}{140}$;

- e) $-\frac{5}{12}$; f) $-\frac{17}{30}$; g) $-\frac{5}{6}$; h) $-\frac{1}{2}$.
 19. a) 13.77; b) 5; c) -13.95; d) -10.89; e) $\frac{1}{28}$;
 f) 2.4; g) $-\frac{8}{15}$; h) -9.

1. broj	2. broj	3. broj	4. broj	Zbroj
-30.25	2.45	60.5	-7.55	25.15
-16.71	-4.90	33.42	-14.90	-3.09
-3.17	9.80	6.34	-0.20	12.77
10.37	-19.60	-20.74	-29.60	-59.57
23.91	39.20	-47.82	29.20	44.49
37.45	-78.40	-74.9	-88.40	-204.25
50.99	156.80	-101.98	146.80	252.61
64.53	-313.60	-129.06	-323.60	-701.73
78.07	627.20	-156.14	617.20	1166.33
91.61	-1254.40	-183.22	-1264.40	-2610.41

21. a) 36.89; b) -463.4825; c) -1070.025;
 d) -13.45; e) 10.55; f) -3; g) 52.0075;
 h) 3.7725; i) $2\frac{4}{15} \approx 2.27$; j) ≈ -1.57 ; k) ≈ 1.43 .

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			2045.23
izvod	1.06.	-3.50	2041.73
plaća	13.06.	3006.24	5047.97
ček	24.06.	-1240.42	3807.55
račun	25.06.	-546.23	3261.32
izvod	1.07.	-3.50	3257.82
plaća	13.07.	2459.24	5717.06
ček	24.07.	-1200.42	4516.64
račun	25.07.	-56.23	4460.41

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			45.23
izvod	12.06.	-3.50	41.73
plaća	13.06.	3026.24	3067.97
ček	24.06.	-1240.42	1827.55
račun	30.06.	-546.23	1281.32
izvod	1.08.	-3.50	1277.82
plaća	23.08.	3459.24	4737.06
ček	24.08.	-1522.42	3214.64
račun	30.08.	-556.23	2658.41

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			4523.99
izvod	12.06.	-3.50	4520.49
plaća	13.06.	1026.24	5546.73
ček	24.06.	-2240.42	3306.31
račun	30.06.	-546.23	2760.08
izvod	1.08.	-3.50	2756.58
plaća	23.08.	5459.24	8215.82
ček	24.08.	-1522.42	6693.4
račun	30.08.	-2533.23	4160.17

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			523.49
izvod	12.06.	-13.50	509.99
plaća	13.06.	10026.99	10536.98
ček	24.06.	-4240.42	6296.56
račun	30.06.	-1546.88	4749.68
izvod	1.08.	-23.50	4726.18
plaća	23.08.	1459.24	6185.42
ček	24.08.	-522.42	5663
račun	30.08.	-8533.23	-2870.23

23. Ukupno je spavao 15.75 sati, što je 15 sati i 45 min, a to je veći dio dana.

24. Sestra ima 15.25 godina.
 25. Iskopano je 537.14 tona.
 26. Prevalio je 27.95 km.

27. Žica je bila duga $9\frac{8}{15}$ m.

28. Mora doliti $2\frac{1}{30}$ l.

29. Još mora staviti 2.875 šalica.

30. Još mora doliti 0.25 l mlijeka.

31. Još može utovariti 1.25 t tereta.

32. Zemljište je dovoljno veliko, preostalo je još 5.5 m² zemljišta.

33. Preostalo je 140.61 m² zemljišta.

34. Pripremila je 5.2 litre napitka.

4.5. Množenje racionalnih brojeva

1. a) -54; b) 56; c) -49; d) -35; e) -81; f) 54;
 g) 72; h) 63; i) -48; j) 100.

1. faktor	2. faktor	Umnožak
5.2	3.45	17.94
-10.6	-4.57	48.442
16.00	5.69	91.04
-21.41	-6.81	145.8021
26.81	7.93	212.6033
-32.22	-9.05	291.591
-37.63	-10.17	382.6971

1. faktor	2. faktor	Umnožak
-5.20	3.45	-17.94
0.21	-6.67	-1.4007
5.62	-16.79	-94.3598
-11.03	26.91	-296.8173
-16.4	37.03	-607.292
21.8	-47.15	-1027.87
27.2	-57.27	-1557.744

3. a) $-\frac{5}{12}$; b) $\frac{14}{25}$; c) $1\frac{1}{33}$; d) $1\frac{23}{27}$; e) $-\frac{1}{6}$; f) $-\frac{1}{30}$;
 g) $11\frac{1}{3}$; h) $2\frac{7}{9}$; i) $\frac{1}{6}$; j) $\frac{2}{3}$; k) $-\frac{1}{3}$; l) $-\frac{1}{36}$.
 4. a) -0.625; b) 4.76; c) 1.375; d) 0.56; e) -9;
 f) -4.85; g) $33\frac{11}{15}$; h) 1.
 5. a) -270; b) 336; c) 588; d) -210; e) -1215;
 f) 0; g) 864; h) 1008; i) -384; j) 100.

1. faktor	2. faktor	3. faktor	Umnožak
-5.20	3.45	-1	17.94
0.21	-6.67	2	-2.8014
5.62	-16.79	-3	283.0794
-11.03	26.91	4	-1187.2692
-16.4	-37.03	-5	-3036.46
-21.8	-47.15	-6	-6167.22
27.2	-57.27	-7	10904.208

7. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{5}{16}$; c) $\frac{5}{36}$; d) $2\frac{1}{4}$; e) -1; f) $-\frac{3}{7}$;
 g) 0; h) 0.
 8. a) -1.75; b) 6.93; c) 0.66; d) -2.04; e) $-4\frac{2}{3}$;
 f) $\frac{6}{7}$; g) $\frac{5}{21}$; h) $\frac{1}{3}$; i) $-\frac{1}{27}$; j) $\frac{1}{10}$;
 k) $\frac{45}{182}$; l) $-\frac{1}{4}$.
 9. Podijelili su čitavo nasljedstvo, prvi je dobio 60000 kn, drugi 40000 kn, a treći 20000 kn.
 10. a) Davali su više od ostalih; b) 5 košara; c) 3 košare.
 11. Platila je 642.425 kn.
 12. Šljivama je zasađeno 45.1875 m².
 13. Površina dvorane je 117 m².
 14. a) 10.5 km; b) 6.3 km; c) 7.35 km.
 15. Prvi dan su prešli 11.45 km, drugi dan 9.16 km, a treći dan 25.19 km.

16. $\frac{12}{35}$ učenika te škola se bavi nogometom, što je 300 učenika, a sportom se bavi 525 učenika.
 17. Od grada B most je udaljen 2.715 km.
 18. Za stanovanje potroše 1697.86 kn, a za hranu 1061.17 kn, preostane im 1485.63 kn.
 19. $O = 13$ dm, $P = 10.5625$ dm².
 20. $O = 17.3$ dm, $P = 17.55$ dm².
 21. $O = 63.75$ m. 22. $O = 9$ m, $P = 5\frac{1}{16}$ m².
 23. $O = 18.2$ cm, $P = 19.98$ cm². 24. $O = 23$ cm.

4.6. Dijeljenje racionalnih brojeva

1. a) -4; b) 7; c) -1; d) -5; e) 1; f) 10; g) 8; h) 9; i) -8; j) 5.

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
17.94	-3.45	-5.2
-48.442	-4.57	10.6
-91.04	5.69	-16
-145.8021	-6.81	21.41
212.6033	-7.93	-26.81
291.591	9.05	32.22
-382.6971	10.17	-37.63

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
-17.94	3.45	-5.2
-1.4007	-6.67	0.21
-94.3598	-16.79	5.62
-296.8173	26.91	-11.03
-607.2920	37.03	-16.4
-1027.87	-47.15	21.8
-1557.744	-57.27	27.2

3. a) $-6\frac{2}{3}$; b) $3\frac{1}{2}$; c) $2\frac{7}{22}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $-16\frac{2}{3}$; f) $-7\frac{1}{2}$;
 g) $\frac{51}{242}$; h) $\frac{1}{9}$; i) $1\frac{1}{24}$; j) $\frac{3}{8}$; k) $-\frac{289}{363}$; l) $-\frac{1}{9}$.
 4. a) -10; b) $\frac{7}{17}$; c) 22; d) 2.24; e) $-\frac{25}{81}$; f) $-\frac{5}{97}$;
 g) $\frac{69}{110}$; h) $\frac{25}{81}$.
 5. $a = 17.7$ m.
 6. $a = 0.64$ m.
 7. U svakom sanduku će biti 55.5 kg jabuka.
 8. Za 42 dana. 9. 1 kg košta 3 kn.
 10. Kvadratni metar tog stana košta 3300.33 kn.
 11. Potrebno je 14 boca.
 12. Napunit će 15 boca.
 13. Može se sašiti 11 odijela.
 14. Može se napuniti 555 vrećica.
 15. U drvoedu ja 98 stabala.
 16. Povoljnije je kupiti 9.5 kg za 142.50 kn.
 17. U Imoli je postigao veću brzinu.
 18. Bolje je bio plaćen Luka, njegov sat je 24.45 kn, a Markov 22.54 kn.
 21. Luka : vrlo dobar (4), Maja : odličan (5), Matija : vrlo dobar (4).
 22. Prosječna visina tih učenika je 1.54 m.
 23. Prosječna količina padalina je 1.61 litra.
 24. Prosječna temperatura je 23.875 °C.
 25. Prosječni vodostaj je 212.25 m.
 26. Prosječni vodostaj je 448.9125 m.
 27. Prosječna temperatura je 8.025 °C.
 28. a) -10; b) $5\frac{5}{6}$; c) $\frac{21}{253}$; d) $1\frac{118}{153}$; e) -10;
 f) $-4\frac{1}{26}$; g) $\frac{5069}{25650}$; h) $\frac{51}{4732}$.
 29. a) -50; b) $\frac{19}{35}$; c) $3\frac{101}{150}$; d) 1.16; e) $-7\frac{37}{69}$;
 f) $-1\frac{101}{259}$; g) 5.112; h) $\frac{25}{57}$.

4.7. Svojstva računskih operacija u skupu \mathbb{Q}

1. a) $\frac{2}{3}$; b) 0; c) $-\frac{17}{8}$; d) 0; e) $-\frac{1}{3}$; f) 0; g) 1.9; h) $\frac{1}{6}$.
 2. a) -210; b) -24; c) 300; d) $\frac{3}{4}$; e) $3\frac{1}{3}$; f) 0.2;
 g) $-\frac{1}{7}$; h) $\frac{2}{3}$; i) $\frac{7}{15}$; j) $-\frac{2}{33}$.
 3. a) $\frac{2}{3}$; b) -1; c) $\frac{3}{5}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $-\frac{8}{15}$; f) $\frac{1}{2}$; g) 1; h) $6\frac{1}{2}$.
 4. a) 0.35; b) $3\frac{1}{3}$; c) $\frac{5}{72}$; d) $11\frac{2}{3}$; e) $\frac{8}{15}$; f) $16\frac{1}{2}$;
 g) -1.1; h) $6\frac{1}{2}$; i) $-\frac{1}{2}$; j) -27; k) $\frac{1}{5}$; l) 7;
 m) $-14\frac{7}{15}$; n) -1; o) $1\frac{1}{3}$; p) $\frac{5}{6}$.
 5. a) -3; b) -10; c) 8; d) 2; e) 30.3; f) -100.1.

4.8. Povezivanje računskih operacija u skupu \mathbb{Q}

1. a) 34; b) 59; c) 0; d) -28; e) 27.
 2. a) 16; b) -39; c) -36; d) 33; e) 32; f) 38.
 3. a) 27.4; b) 42.6; c) -5.1; d) 180.65.
 4. Naručili su 750 kutija bombona od čokolade, 1800 kutija mliječnih karamela i 450 kutija voćnih bombona.
 5. Za kredit daje 1160.25 kn, za stanarinu i režije daje 1740.38 kn, i ostane mu 580.12 kn.
 6. Četvrti stan zauzima $\frac{13}{60}$ kata zgrade, za prvi plaća se 10896.38 kn, za drugi 14528.50 kn, za treći 8717.10 kn, a za četvrti 9443.52 kn.
 7. Zaradili su 3781.80 kn.
 8. Ukupna masa kutije je 49.35 kn.
 9. Bojanje će koštati 2523.23 kn.
 10. Površina tog vrta je 1047.88 m², vrtlaru će trebati 41.915 sati da prekopa taj vrt.
 11. Prvi za jedan sat obradi 13.0625 m³ drva, drugi 14.1 m³, a zajedno bi obradili 27.1625 m³.
 12. a) $\frac{1}{9}$; b) $\frac{67}{70}$; c) $6\frac{19}{75}$; d) $3\frac{1}{84}$; e) $\frac{9}{20}$; f) $\frac{11}{54}$;
 g) $\frac{91}{270}$; h) $15\frac{13}{15}$.
 13. a) $-3\frac{13}{21}$; b) $2\frac{101}{140}$; c) $5\frac{5}{18}$; d) $1\frac{11}{60}$;
 e) -209.88; f) -1.225; g) $-\frac{25}{252}$; h) $1\frac{5}{12}$.
 14. a) $-17\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{5}{36}$; d) 39; e) -2; f) 4.125.
 15. a) 3.96875; b) 14; c) 0.2; d) $\frac{15}{107}$; e) $-\frac{10}{49}$;
 f) $-\frac{3}{26}$; g) $-\frac{45}{49}$; h) 24.3375; i) $-\frac{54}{71}$.

4.9. Ponavljanje

Pitanja za ponavljanje:

1. U skupu prirodnih brojeva su {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}.
 2. \mathbb{N} .
 3. U skupu cijelih brojeva su {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.
 4. \mathbb{Z} .
 5. U skupu racionalnih brojeva su: prirodni brojevi, cijeli brojevi, razlomci i decimalni brojevi.
 6. \mathbb{Q} .
 7. Zatvorenost, komutativnost, asocijativnost i postojanje neutralnog elementa.
 8. Zatvorenost i postojanje neutralnog elementa na mjestu umanjitelja.
 9. Zatvorenost, komutativnost, asocijativnost, postojanje neutralnog elementa i distributivnost prema zbrajanju i oduzimanju.
 10. Zatvorenost i postojanje neutralnog elementa na mjestu djelitelja.
 11. $a + 0 = 0 + a = a$, $a - 0 = a$, $0 - a = -a$,
 $0 : a = a : 0 = 0$, $0 : a = 0$, $s : 0$ ne smijemo dijeliti.
 12. Broj ostane isti. 13. Dobijemo suprotan broj.
 14. a) pozitivan; b) pozitivan; c) nula.

15. Za zbrajanje i oduzimanje.
 16. Za množenje i dijeljenje. 17. Pri množenju.
 18. Recipročnu vrijednost dobijemo kada brojniku i nazivniku zamijenimo mjesta.
 19. Za dijeljenje.
 20. Pretvorit ćemo ili decimalni broj u razlomak ili razlomak u decimalni broj, pri tome moramo paziti da decimalni broj bude konačan.
 21. a) pozitivan; b) negativan; c) negativan; d) pozitivan.

Zadaci za ponavljanje:

1. a) $\frac{1}{2} < \frac{3}{3}$, $-\frac{8}{3} < -\frac{9}{5}$, $\frac{3}{10} < \frac{5}{7}$, $-\frac{5}{6} < \frac{10}{12}$;
 b) $-2.5 > -5.2$, $12.34 > -12.33$, $-6.45 > -6.56$,
 $-125.99 < 126.99$; c) $-1.5 < -\frac{4}{3}$, $\frac{11}{2} < 5.6$,
 $-\frac{4}{10} < 0$, $\frac{2}{6} > 0$.
 2. a) $-\frac{14}{4} < -2.32 < 0.81 < 1.75 < \frac{5}{2}$;
 b) $-5.23 < -\frac{26}{5} < -5.05 < \frac{17}{4} < 4.44$.
 3. Rim, Atena, Madrid, Berlin, Haag, Zagreb, Beč, Pariz, Bern, Prag, London, Oslo, Kopenhagen, Helsinki, Moskva. Razlika između najhladnijeg i najtoplijeg grada je 36.9 °C.
 4. a) 1.17; b) -69.43; c) -18.29; d) 0.12; e) $-2\frac{13}{15}$;
 f) $4\frac{5}{12}$; g) $-6\frac{11}{14}$; h) $1\frac{14}{55}$.
 5. a) -6.2; b) -5.9; c) 30; d) -20.9.

6. a)

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			405.23
izvod	12.06.	-3.50	401.73
plaća	13.06.	3226.24	3627.97
ček	24.06.	-1340.42	2287.55
račun	30.06.	-526.23	1761.32
izvod	1.08.	-3.50	1757.82
plaća	23.08.	3457.24	5215.06
ček	24.08.	-1522.99	3692.07
račun	30.08.	-551.03	3141.04

b)

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			-5.23
izvod	12.06.	-1.50	-6.73
plaća	13.06.	3272.24	3265.51
ček	24.06.	-340.42	2925.09
račun	30.06.	-1576.23	1348.86
izvod	1.08.	-9.50	1339.36
plaća	23.08.	4457.24	5796.60
ček	24.08.	-522.99	5273.61
račun	30.08.	-1544.03	3729.58

7. a) 750 g; b) 520 g.
 8. 2 kn i 88 lp, 3 kn i 50 lp, 0 kn i 25 lp, 0 kn i 50 lp, 3 kn i 50 lp, 25 kn i 25 lp.
 9. a) $\frac{1}{6}$; b) -1; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{1}{8}$; e) $\frac{1}{15}$; f) $-\frac{1}{30}$;
 g) $\frac{9}{56}$; h) $-\frac{15}{32}$.
 10. a) -90; b) 96; c) 84; d) -30; e) 0.

11.

1. faktor	2. faktor	3. faktor	Umnožak
-5.20	2.45	-1	12.74
0.2	-5.67	2	-2.268
5.6	-6.79	-3	114.072
-1.03	4.91	4	-20.2292
-6.4	-7.03	-5	-224.96
-1.8	-22.15	-6	-239.22
7.2	-7.27	-7	366.408

12. a) - 3; b) 7; c) - 2; d) - 10; e) 1.

Djeljenik	Djelitelj	Količnik
- 17.94	- 3.45	5.2
48.442	- 4.57	- 10.6
91.04	5.69	16
145.8021	- 6.81	- 21.41
- 212.6033	- 7.93	26.81
- 291.591	9.05	- 32.22
382.6971	10.17	37.63

14. a) 0.7; b) - 5; c) $\frac{65}{72}$; d) $23\frac{1}{3}$; e) 0.24; f) 33; g) - 0.5; h) $11\frac{1}{2}$; i) $-\frac{1}{4}$; j) - 10; k) $\frac{2}{5}$; l) - 14.
 15. a) - 6; b) - 25; c) - 6.
 16. a) 81.2; b) - 79.4; c) 1.9; d) - 17.05.
 17. Žute je potrebno 5.46 litara, a ljubičaste 10.92 litre. Za bojanje će platiti 3125.30 kn.
 18. Površina parkirališta je 716.625 m². Za cijelo parkiralište stroju treba 8 sati 57 min i 28 sek.
 19. Preostalo je 1506.15 m².
 20. 1494 vrećice.
 21. Ukupna masa je 40.5 kg.
 22. Prosječna temperatura je 2.0375 °C.
 23. Bio je još 12.50 kn dužan Luki. Nakon što mu je baka dala novce više nije bio dužan i još mu je ostalo 13 kn.
 24. Naručili su 125 čokolade s jagodama, 100 s jogurtom, 250 s lješnjacima i 25 komada mliječne čokolade.

25. $\frac{2}{5} + 2.6 - 1 = 2$
 $15.4 - 13.4 = 2$
 $\frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} + 8 = 10$
 $5\frac{6}{7} - \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{35}{7} = 8$

Primjerak oglednog testa:

1. a) - 6.1; b) - 17.5.
 2. $-6\frac{13}{35}$.
 3. a) $\frac{17}{4} > 4.23$; b) $-2.56 > -3$.
 4. Može se još utovariti 1.35 tona.
 5. Moskva, Oslo, Pariz, Berlin, Prag, Rim, Atena. Razlika između najhladnijeg i najtoplijeg grada je 39.8 °C.
 6. a) 13; b) 2; c) - 1.
 7. Prvi obradi 11.4 m³, drugi 12.1 m³, brži je drugi radnik. Za 2.5 sati zajedno bi obradili 58.75 m³ drva.
 8. Masa jedne boce je 0.1 kg.
 9. 20.9875.

vrsta	datum	uplata/isplata	stanje
			215.23
izvod	12.09.	- 4.50	210.73
plaća	13.09.	3288.24	3498.97
ček	24.09.	- 2540.42	958.55
račun	30.09.	- 26.23	932.32
izvod	1.10.	- 13.50	918.82
plaća	23.10.	4257.24	5176.06
ček	24.10.	- 5322.99	- 146.93
račun	30.10.	- 551.03	- 697.96

5. Linearne jednadžbe

5.0. Uvod

1. 15. 2. 50. °C 3. 5. 4. 2.
 5. 1.5 m. 6. 18 °C. 7. - 8 °C. 8. 375 ml.
 9. 10.5. 10. Matematika
 (x + 10) · 2 - 2x = 2x + 20 - 2x = 20.

5.1. Prevođenje s hrvatskog na matematički jezik

1. 135 kutija. 2. 153.58 kn.
 3. 376 posjetitelja. 4. 23 godine.
 5. a) 11 - x; b) z + 12; c) 8 · y; d) 10 : a.
 6. a) → 3), b) → 1), c) → 4), d) → 2).
 7. a) 12 - 3 = 9; b) 7 + 9 = 16; c) 48 : 3 = 16; d) 4 · 12 = 48; e) 6 - 6 = 0; f) 3 · 3.9 = 11.7.

zadana nepoznanica	izraz	vrijednost izraza
x = 7	20 + x	20 + 7 = 27
y = 4	y - 6	4 - 6 = - 2
z = 12	z : 3	12 : 3 = 4
x = 4.5	8x	8 · 4.5 = 36

9. a) 22; b) 21; c) 7.2; d) 112.

zadana nepoznanica	izraz	vrijednost izraza
x = 5	11x	55
y = 4	3y	12
z = 20	z - 14	6

5.2. Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom

1. a) 11 - x = 7; b) z + 12 = 25; c) 8 · y = 40; d) 100 : a = 25; e) 2x = 150.
 2. a) Peterokratnik broja x je 60; b) Broj 45 uvećan za y je 100; c) z podijeljeno s 2 je 2.5; d) x umanjen za 4 daje - 9.
 3. a) → 3), b) → 1), c) → 4), d) → 2).
 4. a) 211 - 2x = 71; b) 5z + 2 = 27; c) 8y = y + 40; d) 2x + 200 = 160.
 5. a) → 3), b) → 1), c) → 4), d) → 2).
 6. a) da; b) ne; c) da; d) da; e) ne; f) ne.
 7. a) ne; b) da; c) da; d) ne.
 8. a) da; b) da; c) ne; d) da.
 9. a) ne; b) da; c) ne; d) ne; e) da; f) da; g) da.
 10. Maja. 11. Sestra.

Jednadžba	Rješenje
x : 2.5 = 100	0
5x - 14 = - 69	- 250
250.15 - 3y = 2y	- 11
100 - 4z = 300	50.03
11 + 2x + 5x = 7x + 11	- 50

5.3. Rješavanje lin. jed. ZO

1. a) 5; b) 4; c) 2.
 2. a) x + 1 = 6, x = 5; b) x + 2 = 6, x = 4; c) x + 4 = 6, x = 2.
 3. a) x = 13; b) y = 100; c) z = - 32; d) x = - 28; e) x = 0; f) y = - 42; g) z = - 48; h) x = - 18.
 4. a) x = 7.5; b) y = - 8; c) z = 6.4; d) x = - 36.23; e) x = - 6.3; f) y = 0.09; g) z = - 0.8; h) x = - 8.23.
 5. a) x = 3; b) y = 4; c) x = $1\frac{3}{7}$; d) z = $-6\frac{3}{5}$; e) x = - 1; f) y = $\frac{2}{5}$; g) x = $-5\frac{1}{3}$; h) z = $-\frac{13}{13}$.
 6. a) x = 27; b) y = 33; c) z = - 16; d) x = 5; e) x = 0; f) y = 90; g) z = - 10; h) x = 5.
 7. a) x = 12.5; b) y = - 1.4; c) z = 17; d) x = - 13.77; e) y = 0; f) z = 35.31; g) x = - 7.51; h) x = 0.22.
 8. a) x = 4; b) y = 4; c) x = $-2\frac{3}{7}$; d) z = $-4\frac{3}{5}$; e) x = 1; f) y = 2; g) x = $-16\frac{14}{17}$; h) z = $-4\frac{2}{3}$.

9. a) x = 39; b) y = 38; c) z = 146; d) x = 60; e) y = 258; f) z = 217; g) x = 160; h) y = 33.
 10. a) x = 7.2; b) y = - 6; c) z = 13.4; d) x = - 0.3; e) y = 258.16; f) z = 229.72; g) x = 18.5; h) y = - 22.23.
 11. 18 cm. 12. 86 bodova.
 13. 22 žene. 14. 67 minuta.
 15. 18 °C. 16. 450 bilježnica.
 17. 64 kn. 18. 112 cm.

5.4. Rješavanje lin. jed. s množenjem i dijeljenjem

1. a) 2; b) 2; c) 1.
 2. a) 2x = 4, x = 2; b) 3x = 6, x = 2; c) 5x = 5, x = 1.
 3. a) x = 2; b) y = 11; c) z = - 3; d) x = - 6; e) x = - 9; f) y = 50; g) z = - 5; h) x = 7.
 4. a) y = - 5; b) x = 7; c) z = 0; d) x = 1; e) x = - 0.1; f) y = 5.7; g) z = - 0.5; h) x = 0.1.
 5. a) x = 5; b) y = - 4; c) z = - 14; d) x = 3; e) x = - 3; f) y = 30; g) z = - 10; h) x = 3.
 6. a) y = 4.2; b) x = 4.1; c) y = $\frac{5}{3}$; d) z = $-6\frac{12}{13}$; e) x = - 1.43; f) y = - 7.5; g) z = - 1.24; h) x = 6.
 7. a) y = 11.1; b) x = 2; c) y = $1\frac{1}{11}$; d) z = - 2.5; e) x = $-\frac{3}{7}$; f) y = $-\frac{1}{5}$; g) z = $-3\frac{3}{4}$; h) x = $2\frac{1}{2}$.
 8. 9 sati. 9. 7.8 kn.
 10. 4.5 kn. 11. 12 knjiga.
 12. a) x = 56; b) y = 117; c) y = 644; d) x = 143; e) x = - 12; f) y = 10; g) y = - 22; h) x = 33.
 13. a) x = 25; b) y = 17.5; c) z = 36.63; d) x = 140; e) x = - 22; f) y = 3.5; g) z = 7.79; h) x = - 0.05.
 14. a) x = - 125; b) y = 180; c) z = 0; d) x = - 9; e) x = - 2; f) y = 40.15; g) z = 9.1; h) x = - 0.0001.
 15. 144 boda. 16. 18 učenika.
 17. 360 km. 18. 60 zadataka.

NAGRADNA IGRA	
IME	BROJ BODOVA
Luka	48
Ana	16
Marko	144
Lucija	75
Maja	21

5.5. Rješavanje jed. s više pribrojnika - prebacivanje pribrojnika

1. a) 7x; b) 7x; c) 1x; d) 6x; e) 10x.
 2. a) 9.9x; b) 14.4x; c) - 1.7x; d) 8.5x.
 3. a) 3z; b) x; c) - 2z; d) 0.
 4. a) 17.4z; b) 2.6x; c) 5.7z; d) - 8.9y; e) $2\frac{1}{4}x$; f) $1\frac{4}{5}x$; g) $5\frac{1}{2}x$; h) 2x.
 5. a) x = 5; b) y = 9; c) z = 7; d) x = 6; e) y = 22; f) z = 11; g) x = 13; h) y = - 3.
 6. a) x = 2; b) y = $2\frac{1}{4}$; c) x = $6\frac{1}{2}$; d) z = - 3; e) y = - 7; f) x = - 1; g) z = - 2; h) y = 2.
 7. HELIKOPTER.
 8. Žena radi 7, a muškaraca 21.
 9. Luka je radio 60, a Ana 15 dana.
 10. Masa motora je 0.6 t, a karoserije 3.6 t.
 11. Maja ima 13 godina, a mama 39 godina.
 12. Luka je napravio 24 čestitke, a Lucija 31 čestitku.
 13. Jedan par košta 320.55 kn, a drugi 260.43 kn.
 14. Ana ima 44 kg, a Marko 60 kg.
 15. Ana ima 69 knjiga, a Lucija 81 knjiga.
 16. Luka ima 70 kg, a Marko 100 kg.
 17. Lucija je uštedjela 100.50 kn, a Ana 332 kn.
 18. Kraći dio je 2 m, a dulji 8 m.

5.6. Rješavanje jednadžbi – razlomci

- a) $x = -10\frac{1}{2}$; b) $y = 1\frac{1}{5}$; c) $y = -2\frac{5}{8}$; d) $x = \frac{5}{48}$
- a) $x = 8\frac{2}{5}$; b) $y = 15$; c) $y = -3$; d) $x = -13$.
- a) $x = -3\frac{1}{9}$; b) $x = \frac{5}{24}$; c) $x = 7\frac{1}{3}$;
d) $x = \frac{7}{15}$; e) $x = 12$.
- a) $x = 2$; b) $x = 8\frac{8}{9}$; c) $x = 5$; d) $x = \frac{1}{50}$; e) $x = 2$.
- a) $x = 8$; b) $x = 3\frac{3}{7}$; c) $0x = 0$, jednadžba ima beskonačno mnogo rješenja; d) $x = 2\frac{1}{4}$.
- a) $x = 0.34$; b) $x = -3.1$; c) $x = 2.7$; d) $x = 4$.
- a) $x = 2$; b) $x = -1\frac{8}{51}$; c) $x = -1$; d) $x = 13$.
- a) $x = \frac{5}{8}$; b) $x = 1\frac{5}{6}$; c) $x = 1\frac{52}{89}$.
- a) $x = \frac{1}{3}$; b) $x = \frac{5}{6}$; c) $x = 2\frac{1}{2}$; d) $x = 51$;
e) $x = 4$; f) $x = -1$; g) $x = 6$.

5.7. Problemski zadaci

- a) $[(x + 7) \cdot 5 - 5] : 5 - x + 4 = 10$;
b) $(x + 20) \cdot 2 - 2x = 40$.
- a) Kutija A teška je 9 kg, a D 7 kg; b) kutija A teška je 9 kg, a C 18 kg; c) kutija B teška je 15 kg, a D 7 kg.
- Ana je radila 8 sati, a Luka 24 sata.
- Ante je skupio 70 bodova, a Marko 145 bodova.
- Luka ima 24 sličice.
- Djevojčica ima 15, a dječaka 18.
- Točnih je 7, a netočnih ili neriješenih 3 zadatka.
- 6a. ima 56 učenika, a 6b. 28 učenika.
- Za $5\frac{1}{7}$ sati, tj. 5 sati 8 min. i 34 sek. (uputa : prva cijev za 1 sat napuni $\frac{1}{9}$ bazena, a druga $\frac{1}{12}$ bazena).
- Za $7\frac{1}{5}$ sati, tj. 7 sati i 12 min.
- Duljina kraka je 10 cm.
- Stranice su duge 10 cm i 50 cm, a $P = 500 \text{ cm}^2$.
- Duljine stranica su 74 cm i 75 cm.
- Duljine stranica su 51 cm, 53 cm i 55 cm.
- Duljine stranica su 2.5 cm i 7.5 cm.
- Veličine kutova trokuta su $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 90^\circ$.
- Stranice trokuta duge su 20 dm, 60 dm i 100 dm.
- Za 5 sati prijeđe 2250 km.
- Vozili su brzinom 62 km/h.
- Mora voziti brzinom 390 km/h.
- Prijeći će 819.2 km.
- Mora voziti brzinom 8.034 km/h ili 133.9 m u min.
- a) Automobil iz Varaždina prijeđe za 1 sat 140 km, a onaj iz Rotterdama 120 km; b) sreli su se nakon 5 sati; c) od Varaždina su udaljeni 700 km, a od Rotterdama 600 km.
- a) 212°F ; b) -148°F ; c) 122°F ; d) -58°F .
- a) 50°C ; b) -50°C ; c) $\approx 37.8^\circ\text{C}$; d) $\approx -73.3^\circ\text{C}$

5.8. Lin. nejednadžbe

- a) $x < 13$
- b) $y > 100$
- c) $x \leq 11.5$
- d) $y \geq -1.4$

- a) $x > 39$; b) nema rj u N; c) $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; d) $x \geq 60$.
- a) $x \geq 5$; b) $y > -2$; c) $z \leq -14$; d) $x < 3$.
- a) $x > -56$; b) $y > -117$; c) $y \geq 644$.
- a) $z > 11$; b) $x > 13$; c) $y \geq -3$; d) $x < 2$;
e) $y \leq -\frac{9}{10}$; f) $x \leq 6\frac{1}{2}$; g) $z \geq -3$.
- a) $x \geq 8\frac{2}{5}$; b) $y > 15$; c) $y \leq -3$; d) $x < -13$;
e) $x < -1\frac{8}{51}$; f) $x < \frac{1}{3}$; g) $x \geq 2.5$; h) $x \geq 4$; i) $x > 6$.

5.9. Ponavljanje gradiva

Pitanja za ponavljanje:

- Nepoznati su nepoznati brojevi označeni slovima.
- a) množenje; b) dijeljenje; c) zbrajanje; d) oduzimanje.
- Neki broj je rješenje jednadžbe, ako se pri uvrštavanju tog broja umjesto nepoznanice u jednadžbu dobije istinita jednakost.
- Premještanjem matematičkih izraza s jedne na drugu stranu.
- Da jednakost ostane jednakovaljana.
- a) $7x$; b) $3x$; c) $-7x$; d) $-3x$.
- a) "obrisati" zagradu, tj. ništa ne mijenjati; b) promijeniti predznake članovima koji su bili u zagradi; c) pomnožiti svaki član zagrade tim brojem.
- Pomnožimo u lijevu i desnu stranu jednadžbe zajedničkim nazivnikom svih razlomaka u toj jednadžbi.
- negativni brojevi. 10. d) negativni brojevi.

Zadaci za ponavljanje:

- a) $21 - x$; b) $z + 2$; c) $5y$; d) $25 : a$.
- a) $18 - 9 = 9$; b) $-11 + 11 = 0$;
c) $44 : (-4) = -11$; d) $5 \cdot (-3.9) = -19.5$.
- a) $\rightarrow 1$, b) $\rightarrow 2$, c) $\rightarrow 4$, d) $\rightarrow 3$.
- a) da; b) ne; c) ne; d) ne; e) da; f) ne; g) da; h) ne; i) ne.
- a) $x = 8$; b) $z = -35$; c) $x = 1.5$; d) $y = 38$;
e) $z = 0$; f) $y = -3.9$.
- a) $x = 32$; b) $y = 149$; c) $z = 141$.
- a) $x = 4$; b) $y = 8$; c) $x = 4$; d) $z = 4.1$;
e) $y = 1\frac{1}{9}$; f) $x = 65$; g) $y = -189$;
h) $z = -152.5$; i) $x = 5400$.
- a) $y = 8$; b) $z = -9$; c) $x = -19$; d) $x = 17$;
e) $y = 6$; f) $x = -4.5$; g) $x = -1$; h) $y = -57.6$;
i) $y = 4\frac{4}{15}$; j) $z = 3$.
- a) $x = -10\frac{1}{2}$; b) $y = 1\frac{1}{5}$; c) $y = -3$; d) $z = -13$;
e) $x = \frac{7}{15}$; f) $x = 12$; g) $x = 5$; h) $x = 0.02$.
- a) $x = 8$; b) $x = 3\frac{3}{7}$; c) $x = 0.34$; d) $x = -3.1$;
e) $x = 2.7$.
- a) $x = -16\frac{3}{5}$; b) $x = \frac{1}{3}$; c) $x = 51$;
d) $x = -3\frac{1}{3}$; e) $x = 13$.
- 63 minute. 13. 79 kn.
- 9 sati. 15. 3.5 kn.
- 84 boda. 17. 27 zadataka.
- Ana je radila 5 dana, a Luka 15 dana.
- Luka ima 11 godina, a baka 66 godina.
- Jedan par košta 290.93 kn, a drugi 390.05 kn.
- Lucija je uštedjela 119.40 kn, a Ana 513.10 kn.
- Djevojčica ima 13, a dječaka 15.
- Točnih je bilo 6, a netočnih 4.
- Za $2\frac{8}{11}$ sati ili 2 sata, 43 min i 38 sek.
- Za 30 sati. 26. 74 cm i 76 cm.

- $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.
- 2812.5 km.
- 200.58 metara u minuti ili 12.051 km/h.
- a) Automobil iz Zagreba prijeđe za 1 sat 70 km, a onaj iz Kopenhaga 90 km; b) srešće se nakon 10 sati; c) od Zagreba će biti udaljeni 700 km, a od Kopenhaga 900 km.

Primjerak oglednog testa:

- a) $125 - x$; b) 5z. 2. a) da; b) ne.
- $x = 19$. 4. $y = 1\frac{8}{15}$.
- $x = 2$. 6. $x = 4\frac{21}{25}$.
- Za $3\frac{9}{17}$ sata, ili 3 sata 31 min i 45 sek.
- Luka ima 11 godina, a baka 55 godina.
- Površina prvog stana je 60 m^2 , a najamnina je 1500 kn. Površina drugog stana je 120 m^2 , a najamnina je 3000 kn. Površina trećeg stana je 70 m^2 , a najamnina je 1750 kn.
- Duljina pravokutnika je 5.6 cm, a širina 2.8 cm.

6. Četverokuti

6.0. Uvod – četverokuti

- 1-paralelogram, 2-pravokutnik, 3-peterokut, 4-pravokutni trokut, 5-paralelogram, 6-trokut, 7-kvadrat, 8-paralelogram.
- Ti kutovi su sukuti, njihov zbroj je 180° .
- 1) $O = 8$ jedinica, $P = 3$ kv. jed.; 2) $O = 8$ jedinica, $P = 4$ kv. jed.; 3) $O = 10$ jedinica, $P = 4$ kv. jed.
- $O = 20 \text{ cm}$, $P = 25 \text{ cm}^2$.
- $O = 14 \text{ cm}$, $P = 12 \text{ cm}^2$.
- skica:
- a) 4 prava kuta; b) 4 prava kuta; c) nasuprotni kutovi su jednakih veličina, a susjednim kutovima je zbroj 180° .
- a) 4 jednake duljine; b) dvije nasuprotne su jednake duljine; c) dvije nasuprotne su jednake duljine.
- Zbroj unutarnjih kutova u trokutu je 180° .

6.1. Četverokuti

- Vrhovi četverokuta: A, B, C, D;
Stranice četverokuta: AB, BC, CD i DA;
Kutovi četverokuta: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ i $\angle D$;
Duljine stranica: a, b, c, d;

Veličine kutova: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$;

Opseg: $O = a + b + c + d$.

- a) $O = 15 \text{ cm}$, b) $O = 14 \text{ cm}$.
- a) $O = 23 \text{ cm}$, b) $O = 23.5 \text{ dm}$, c) $O = 4.4 \text{ m}$.
- a) $O = 265 \text{ cm}$, b) $O = 273 \text{ dm}$, c) $O = 41 \text{ dm}$.
- a) $\overline{AB}, \overline{CD}$; b) \overline{AD} ; c) B, D; d) A; e) $\overline{AB}, \overline{DC}$;
f) \overline{BC} ; g) A, C; h) B.
- a) $\overline{AB}, \overline{CD}$; b) \overline{AD} ; c) B, D; d) A; e) $\overline{AB}, \overline{DC}$;
f) \overline{BC} ; g) A, C; h) B.

6.2. Zbroj kutova u četverokutu

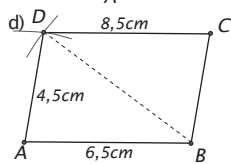
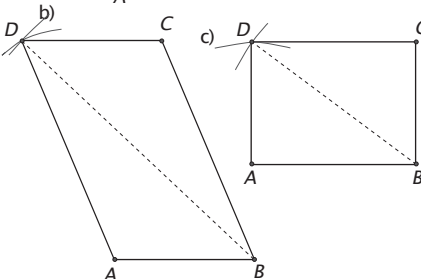
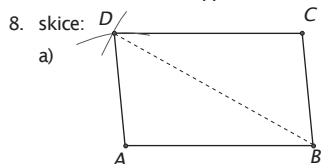
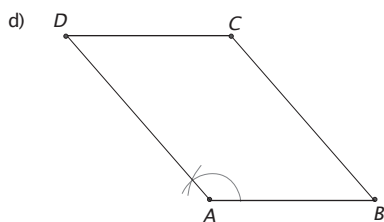
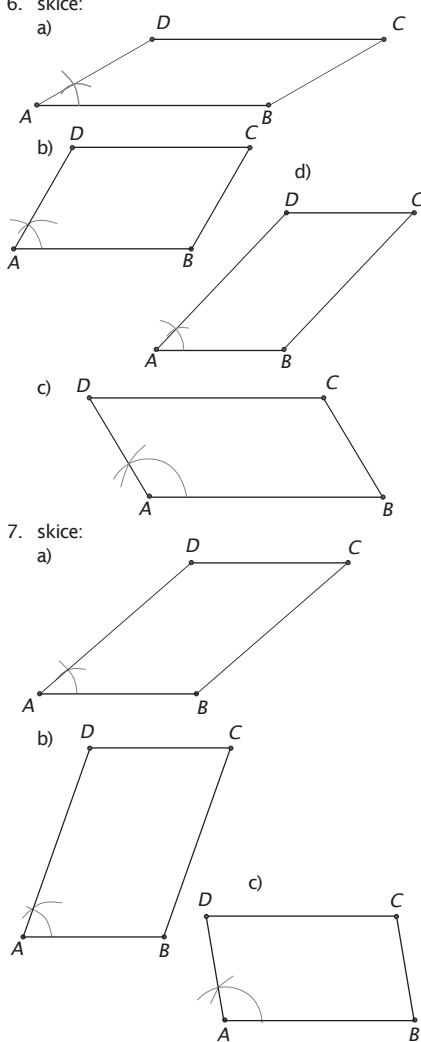
1. a) $\alpha = 55^\circ$; b) $\beta = 86^\circ$; c) $\gamma = 83^\circ$; d) $\delta = 149^\circ$.

α	β	γ	δ
100°	25°	125°	110°
94°	88°	72°	106°
67°	111°	81°	101°
85°	89°	91°	95°

3. a) $\alpha = 73.75^\circ = 73^\circ 45'$, $\beta = 123.75^\circ = 123^\circ 45'$,
 $\gamma = 48.75^\circ = 48^\circ 45'$, $\delta = 113.75^\circ = 113^\circ 45'$;
 b) $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 36^\circ$, $\gamma = 108^\circ$, $\delta = 144^\circ$;
 c) $\alpha = 157.5^\circ = 157^\circ 30'$, $\beta = 112.5^\circ = 112^\circ 30'$,
 $\gamma = 67.5^\circ = 67^\circ 30'$, $\delta = 22.5^\circ = 22^\circ 30'$

6.3. Paralelogram

1. a) $|EF| = 7$ cm, $|FG| = 5$ cm;
 b) $|IL| = 4.5$ cm, $|LK| = 5$ cm.
 2. a) $|DC| = 3.5$ cm, $|BC| = 2$ cm;
 b) $|EF| = 1$ cm, $|FG| = 1.1$ cm;
 c) $|LI| = 2$ cm, $|IJ| = 6.5$ cm.
 3. a) $\alpha = 47^\circ$, $\beta = 133^\circ$; b) $\alpha = 49^\circ$, $\beta = 131^\circ$.
 4. a) $\beta = 118^\circ$, $\gamma = 62^\circ$, $\delta = 118^\circ$;
 b) $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 145^\circ$, $\gamma = 35^\circ$;
 c) $\alpha = 107^\circ$, $\beta = 73^\circ$, $\gamma = 107^\circ$, $\delta = 73^\circ$;
 d) $\alpha = 124^\circ$, $\beta = 56^\circ$, $\gamma = 124^\circ$, $\delta = 56^\circ$.
 5. a) Paralelogram ima dva šiljasta kuta;
 b) paralelogram ima dva tupa kuta.
 6. skice:



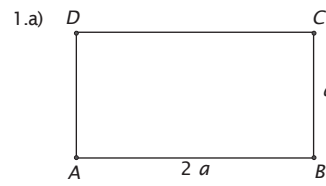
9. a) $O = 20$ cm;
 b) $O = 19$ cm;
 c) $O = 14$ dm.

10. a) $O = 60$ cm; b) $O = 90$ cm; c) $O = 26$ cm;
 d) $O = 40$ cm; e) $O = 32$ cm; f) $O = 60$ cm;
 g) $O = 68$ cm.
 11. $b = 13$ cm, $O = 50$ cm.
 12. $a = 1$ dm, $O = 6$ dm.
 13. $b = 4.2$ cm, $O = 11.2$ cm.
 14. $a = 12.7$ cm, $O = 55.4$ cm.
 15. a) $a = 6$ cm; b) $b = 20.5$ dm; c) $a = 11135$ mm;
 d) $b = 5105.8$ mm; e) $a = 1655$ cm.
 16. a) 56 m žice; b) 168 m žice; c) Nisu dovoljna
 4 stupa jer je razmak prevelik, razmak među
 stupovima treba biti oko 2 m;
 d) Potrebno je $28 : 3 = 84$ držača.
 17. a) $P = 24$ cm²; b) $P = 656$ dm²; c) $P = 24$ dm²;
 d) $P = 3040$ dm².
 18. a) $P = 35$ cm²; b) $P = 56.55$ dm²; c) $P = 30$ dm²;
 d) $P = 4332$ dm².
 19. Površina kartona je 42 cm².
 20. I tamnoljubičastog i svijetloljubičastog platna
 joj treba 60 cm².
 21.

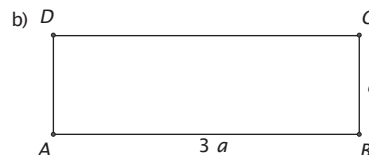
a	10 cm	21.5 dm	30 m	12 cm
b	20 cm	8.6 dm	45 m	8 cm
v_a	7 cm	4 dm	15 m	12 cm
v_b	3.5 cm	10 dm	10 m	18 cm
o	60 cm	60.2 dm	150 m	40 cm
P	70 cm ²	86 dm ²	450 m ²	144 cm ²

 22. a) $P = 13.53$ cm², $O = 17$ cm, $v_b \approx 2.60$ cm;
 b) $P = 21$ cm², $O = 23$ cm, $v_b \approx 4.67$ cm;
 c) $P = 21.6$ cm², $O = 20.8$ cm, $v_a = 4.32$ cm;
 d) $P = 14.79$ cm², $O = 17.4$ cm, $v_a \approx 4.11$ cm.
 23. $P_1 = 16 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 8$ cm², $P_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cm²,
 $P = P_1 \cdot 5 + P_2 \cdot 4 = 72$ cm².
 24. $P_{zelenih} = 250$ cm², $P_{crvenih} = 200$ cm².
 25. Plavog treba 75 cm², bijelog treba 150 cm²,
 znači da bijelog treba više.

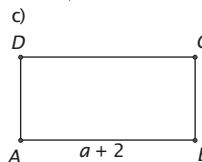
6.4. Pravokutnik



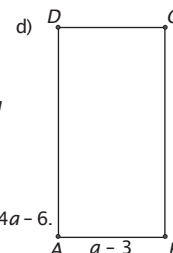
$$O = 4a + 2a = 6a;$$



$$O = 8a;$$



$$O = 4a + 4;$$

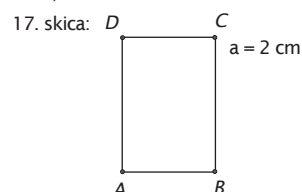


$$O = 4a - 6.$$

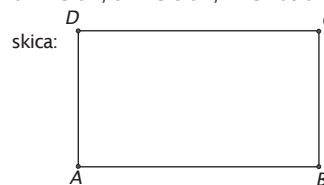
2. $O_1 = 34$ jed, $O_2 = 24$ jed, $O_3 = 44$ jed,
 $O_4 = 56$ jed, $O_5 = 52$ jed, $O_6 = 40$ jed.
 4. a) $O = 30$ cm; b) $O = 21$ cm; c) $O = 22$ dm;
 d) $O = 218$ dm.
 5.

a	14 cm	5 dm	45 cm	44 dm
b	10 cm	7.5 dm	55 cm	56 dm
o	48 cm	25 dm	20 dm	20 m

 6. a) Trake joj treba 7.4 m; b) to će platiti 37 kn.
 7. Žica treba biti duga 420 cm.
 8. Moći će uokviriti cijeli prozor, jer je opseg
 prozora 3.6 m.
 9. Treba kupiti 208 m.
 10. Maja će prijeći 151.2 m.
 11. $b = 12.1$ cm, $O = 45$ cm.
 12. $b = 8.75$ cm, $O = 44$ cm.
 13. $a = 6.8$ cm, $O = 20.4$ cm.
 14. $a = 28$ cm, $O = 146$ cm.
 15.
 16. a) $a = 3$ cm; b) $a = 4.4$ m; c) $a = 2$ dm;
 d) $a = 32$ cm.



18. a) $P = 54$ cm²; b) $P = 26$ dm²; c) $P = 30$ dm²;
 d) $P = 2550$ dm².
 19. $b = 4.3$ cm, $O = 23.8$ cm, $P = 32.68$ cm²



20. $b = 7.5 \text{ cm}$, $O = 20 \text{ cm}$, $P = 18.75 \text{ cm}^2$.

a	8 cm	5 dm	45 cm	8 m
b	10 cm	6 dm	6 dm	56 dm
P	80 cm ²	30 dm ²	27 dm ²	44.8 m ²

22.

a	6 cm	6 dm	45 cm	6.6 m
b	10 cm	7 dm	55 cm	4.4 m
o	32 cm	26 dm	200 cm	22 m
P	60 cm ²	42 dm ²	2475 cm ²	29.04 m ²

23. $P = 408000 \text{ m}^2$.

24. a) $P = 672 \text{ cm}^2$; b) $P = 400 \text{ cm}^2$.

25. a) $P = 430 \text{ cm}^2$; b) $P = 864 \text{ cm}^2$.

26. Potrebno je 250 pločica.

27. Potrebno je 40 dasaka.

28. $P_{\text{stana}} = 63 \text{ m}^2$, $P_{\text{dn.boravka}} = 10.5 \text{ m}^2$,

$P_{\text{spavaonice}} = 7.5 \text{ m}^2$, $P_{\text{dj.sobe}} = 6 \text{ m}^2$,

$P_{\text{dj.sobe}} = 7.5 \text{ m}^2$, $P_{\text{blag.+kuhinje}} = 20.25 \text{ m}^2$,

$P_{\text{kupaonice}} = 6 \text{ m}^2$, $P_{\text{predisoblja}} = 5.25 \text{ m}^2$.

29. a) $P = 6 \cdot 45 = 270 \text{ m}^2$; b) $P = 3150 \text{ m}^2$;

c) naknada će iznositi 141210 kn.

30. a) $P = 891 \text{ cm}^2$; b) $P = 16214 \text{ cm}^2$;

c) $P = 29944 \text{ mm}^2$; d) $P = 1148 \text{ cm}^2$;

e) $P = 332.8 \text{ cm}^2$.

32. 1) $a = 34 \text{ dm}$, $b = 15 \text{ dm}$, $P = 1470 \text{ dm}^2$,
 $O = 186 \text{ dm}$; 2) $a = 50 \text{ dm}$, $b = 10 \text{ dm}$,
 $P = 1836 \text{ dm}^2$, $O = 200 \text{ dm}$; 3) $a = 42 \text{ dm}$,
 $b = 21 \text{ dm}$, $P = 2120 \text{ dm}^2$, $O = 214 \text{ dm}$.

33. 

34. $P_{\text{plavog}} > P_{\text{narančastog}}$

35. Potrebno im je 11 rola.

36. Potrebno je 150 pločica.

6.5. Kvadrat

1. a) $O = 32 \text{ cm}$; b) $O = 148 \text{ dm}$; c) $O = 29.6 \text{ m}$.

2.

a	15 cm	20.5 dm	4 m	7.5 cm
o	60 cm	82 dm	16 m	30 cm

3. c) 36 cm.

4. Duljina je 62.16 m.

5. Ne može jer je $440 \text{ cm} > 436 \text{ cm}$.

6. a) $P = 64 \text{ cm}^2$; b) $P = 1369 \text{ dm}^2$;

c) $P = 54.76 \text{ m}^2$; d) $P = 152399025 \text{ mm}^2$.

7.

a	15 cm	9 dm	4 m	5 cm
P	225 cm ²	81 dm ²	16 m ²	25 cm ²

8.

a	5 cm	16 dm	4 dm	3.5 cm
o	20 cm	64 dm	16 dm	14 cm
P	25 cm ²	256 dm ²	16 dm ²	12.25 cm ²

9. Bijele treba kupiti 53 dm², plave 20 dm², a ljubičaste 48 dm².

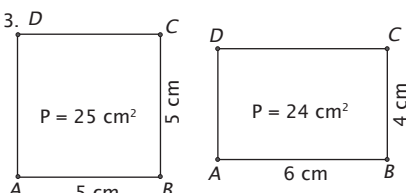
10. a) $P = 24 \text{ m}^2$; b) $P = 0.04 \text{ m}^2$;

c) potrebno je 600 pločica.

11. a) Potrebno je 1152 cm² bijelog i isto toliko crnog drveta; b) treba platiti 11.52 kn.

12. a) Potrebno mu je 32 m žice; b) potrebno mu je 64 m žice; c) potrebno je 48 držača.

13. D



Kvadrat ima veću površinu.

14. $P_{\text{pravokutnika}} = 12 \text{ cm}^2$, stranice mogu biti 1 cm i 12 cm, 2 cm i 6 cm ili 3 cm i 4 cm.

15. $P_{\text{kvadrata}} = 12.25 \text{ cm}^2$, $P_{\text{pravokutnika}} = 18 \text{ cm}^2$, stranice mogu biti 1 cm i 18 cm, 2 cm i 9 cm ili 3 cm i 6 cm.

16. $P = 17972.75391 \text{ m}^2$.

17. Žica je duga 400 m.

18. a) $P = 225 \text{ cm}^2$; b) $P = 5.29 \text{ dm}^2$; c) $P = 0.25 \text{ mm}^2$; d) $P = 4.84 \text{ km}^2$; e) $P = 106.09 \text{ m}^2$.

19. a) $a = 3 \text{ cm}$, $O = 12 \text{ cm}$; b) $a = 4 \text{ mm}$,

$O = 16 \text{ mm}$; c) $a = 5 \text{ dm}$, $O = 20 \text{ dm}$;

d) $a = 6 \text{ m}$, $O = 24 \text{ m}$; e) $a = 10 \text{ cm}$, $O = 40 \text{ cm}$.

20. a) Trebamo kupiti 60 pločica; b) u jednom retku će biti 10 pločica, a u stupcu 6 pločica.

21. $O_{\text{pravokutnika}} = 168 \text{ m}$, $P_{\text{pravokutnika}} = 1748 \text{ m}^2$,

$O_{\text{kvadrata}} = 168 \text{ m}$, $P_{\text{kvadrata}} = 1764 \text{ m}^2$.

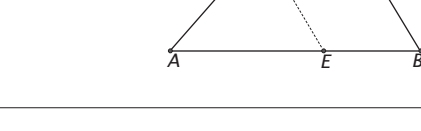
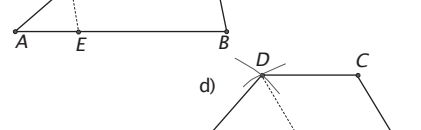
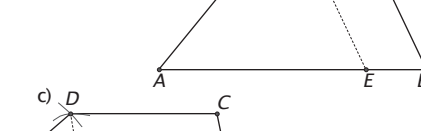
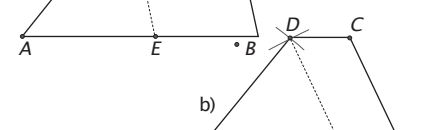
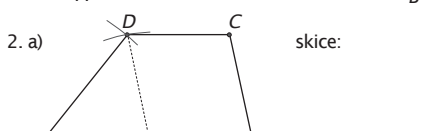
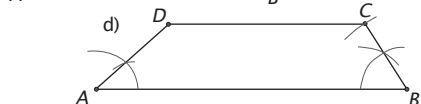
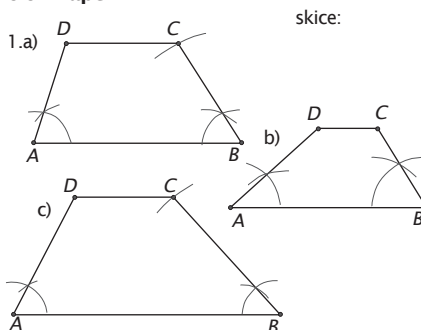
22. a) Treba kupiti 25 kvadrata tepisona;

b) u svakom retku nalazi se 5 kvadrata.

23. a) Treba kupiti 7 m role;

b) treba ju prerezati na 2 dijela.

6.6. Trapez



α	53°	113°	131°	77°
β	127°	67°	49°	103°
γ	112°	133°	73°	36°
δ	68°	47°	107°	144°

4. a) $O = 19 \text{ cm}$; b) $O = 24 \text{ cm}$; c) $O = 18.8 \text{ cm}$;

d) $O = 224 \text{ cm}$.

5. Duljina ograde je 38.3 m.

6. Duljina ograde je 61.3 m.

7. a) $P = 30 \text{ cm}^2$; b) $P = 220 \text{ dm}^2$; c) $P = 11 \text{ m}^2$;

d) $P = 16.995 \text{ m}^2$.

8. $P = 67.575 \text{ m}^2$. 9. $P = 133.15 \text{ m}^2$.

10. a) $P = 40 \text{ cm}^2$; b) $P = 16.2 \text{ cm}^2$;

c) $P = 42 \text{ cm}^2$; d) $P = 40.5 \text{ cm}^2$.

11. $P = 10 \text{ m}^2$.

12. $P = 84.375 \text{ m}^2$.

13. $P = 20 \text{ m}^2$.

14. $P = 46.5 \text{ m}^2$.

15. a) $v = 6 \text{ cm}$; b) $v = 11 \text{ dm}$; c) $v = 2.5 \text{ m}$;

d) $v \approx 5.03 \text{ m}$; e) $v = 4 \text{ cm}$; f) $v = 6 \text{ dm}$;

g) $v = 13.5 \text{ m}$; h) $v = 9 \text{ dm}$.

16. Dubina je 8 m. 17. Dubina je 12 m.

18. Visina je 18 m. 19. Visina je 27 m.

20. a) $a = 10 \text{ cm}$; b) $a = 24 \text{ dm}$; c) $c = 4 \text{ m}$; d) $c = 4 \text{ m}$.

a	6 cm	8 dm	6.6 m	9.5 m
c	4 cm	6 dm	4.4 m	4.7 m
v	3 cm	5 dm	7.5 m	34 dm
P	15 cm ²	35 dm ²	41.25 m ²	24.14 m ²

22. Širina je 2.5 m. 23. Širina je 7 m.

24. a) $P = 864 \text{ mm}^2$; $O = 126 \text{ mm}$;

b) $P = 1536 \text{ mm}^2$; $O = 164 \text{ mm}$;

c) $P = 1280 \text{ mm}^2$; $O = 147 \text{ mm}$;

d) $P = 1536 \text{ mm}^2$; $O = 168 \text{ mm}$.

25. a) $P_{\text{Horvatovih}} = 875 \text{ m}^2$, $P_{\text{Mikešićevih}} = 1187.5 \text{ m}^2$,
 $P_{\text{Kitrovih}} = 1625 \text{ m}^2$

Horvatovi su platili 1050000 kn, Mikešići

1425000 kn, a Kitrovi 1950000 kn;

b) Horvatovi moraju platiti 315000 kn, Mikešići

427500 kn, a Kitrovi 585000 kn; c) duljina

ograde prema cesti je 75 m; d) svaka obitelj

platit će za taj dio ograde 7150 kn.

26. Za zid čija je površina $P = P^1 + P^2 =$

$34.5 + 46.5 = 81 \text{ m}^2$, potrebno je 16.2 l boje.

27. Potrebno je 19800 cm² drva.

28. a) Ružičaste treba 0.52 l, a narančaste treba

2.37 l; b) trebat će joj 4 sata i 49 min.

29. Potrebno je 576 tulipana i 336 perunjaka.

30. a) $P^1 = 110.36 \text{ m}^2$, $P^2 = 49.088 \text{ m}^2$; b) za

prvi 1325 crijepova i 22 završna, a za drugi

krov je potrebno naručiti 590 crijepova i 11

završnih;

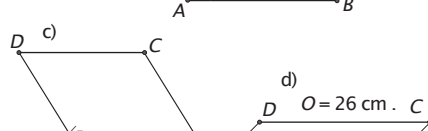
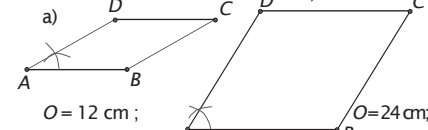
c) za prvi krov treba platiti 3155.3 kn, a za

drugi 1410.9 kn.

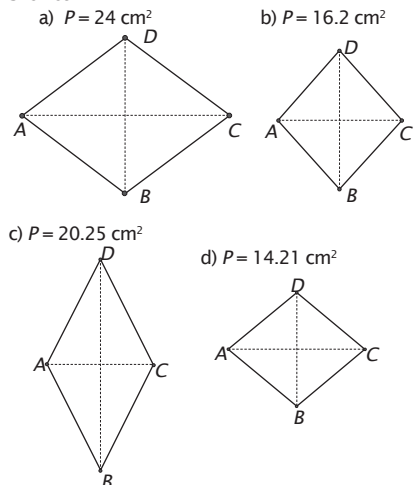
6.7. Romb i deltoid

1. $ABCD$ $\beta = 133^\circ$, $\alpha = 47^\circ$; $IJKL$ $\alpha = 49^\circ$, $\beta = 131^\circ$

2. skice:



3. skice:



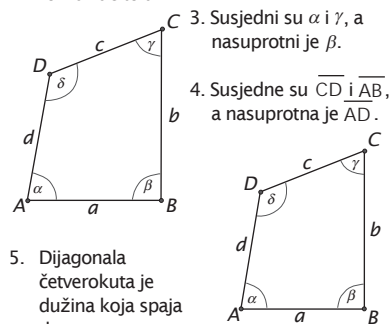
4. a) $P = 20 \text{ cm}^2$; b) $P = 16.96 \text{ cm}^2$;
c) $P = 20.7 \text{ cm}^2$; d) $P = 12.48 \text{ cm}^2$.

e	11 m	9.5 cm	145 cm	18 m
f	38 dm	16 cm	14.4 dm	11 m
P	20.9 m ²	76 cm ²	104.4 dm ²	99 m ²

a	66.5 dm	9.5 cm	145 cm	38.5 m
b	38 dm	8.5 cm	377 cm	11 m
o	209 dm	36 cm	1044 cm	99 m

6.9. Ponavljanje gradiva

- Četverokut je dio ravnine omeđen s četiri dužine koje imaju zajedničke krajnje točke. Vrhovi četverokuta su točke. Označavamo ih velikim tiskanim slovima. Vrhovi četverokuta sa slike su A, B, C i D. Stranice četverokuta sa slike su dužine AB, BC, CD i DA. Dužine stranica označavamo s |AB|, |BC|, |CD| i |DA| ili malim slovom a, b, c i d. Unutarnji kutovi četverokuta ABCD su $\sphericalangle DAB$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$ i $\sphericalangle CDA$. Budući da je svakom vrhu četverokuta pridružen samo jedan unutarnji kut, često koristimo kraće oznake $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$ i $\sphericalangle D$. Veličine kutova označavaju se malim grčkim slovima α , β , γ i δ . Kut α se obično nalazi kod vrha A, kut β kod vrha B, kut γ kod vrha C, a kut δ kod vrha D.
- Opseg četverokuta je zbroj duljina svih njegovih stranica, $O = a + b + c + d$. Vrste četverokuta: Pravokutnik, kvadrat, paralelogram, trapez, romb i deltoid.

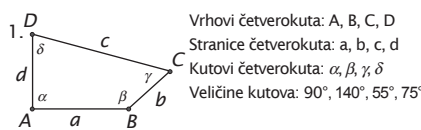


- Dijagonala četverokuta je dužina koja spaja dva nasuprotna vrha, četverokut ima 2 dijagonale.
- Zbroj unutarnjih kutova u četverokutu je 360° .
- Paralelogram je četverokut koji ima dva para međusobno usporednih stranica.
- U svakom paralelogramu nasuprotnne stranice imaju jednake duljine. Nasuprotni kutovi

paralelograma su jednakih veličina. Zbroj veličina susjednih kutova paralelograma je 180° , $\alpha + \beta = 180^\circ$. Dijagonale paralelograma međusobno se raspolavljaju.

- Nasuprotni kutovi paralelograma su jednakih veličina. Zbroj veličina susjednih kutova paralelograma je 180° .
- Dvije nasuprotnne stranice su mu usporedne i jednakih duljina
- $O = 2 \cdot (a + b)$, $P = a \cdot v_a = b \cdot v_b$.
- Pravokutnik je paralelogram kojemu su svi kutovi pravi.
- Svi kutovi su pravi.
- Nasuprotnne stranice su usporedne i jednakih duljina.
- Dijagonale pravokutnika su jednakih duljina.
- $O = 2 \cdot (a + b)$, $P = a \cdot b$.
- Kvadrat je pravokutnik koji ima jednake stranice.
- Svi kutovi su pravi.
- Sve su jednake duljine, nasuprotnne su usporedne.
- $O = 4 \cdot a$, $P = a \cdot a$.
- Nasuprotnne stranice su im usporedne i jednakih duljina, dijagonale im se raspolavljaju i nasuprotni kutovi su im jednakih veličina.
- Trapez je četverokut kojemu su dvije stranice usporedne.
- Zbroj veličina unutarnjih kutova uz isti krak trapeza iznosi 180° .
- Usporedne stranice trapeza zovemo **osnovice**, a preostale dvije **krakovi**.
- Srednjica trapeza je spojnica polovišta krakova trapeza. Duljina srednjice trapeza jednaka je zbroju duljina osnovica podijeljenom s dva: $s = \frac{a+c}{2}$.
- $O = a + b + c + d$.
- Površina trapeza $P = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$.
- Jednakokrakan trapez je trapez kojemu su krakovi jednakih duljina. Jednakokrakan trapez ima jednake kutove na osnovici. Opseg jednakokračnog trapeza je $O = a + 2 \cdot b + c$. Pravokutan trapez je trapez koji ima pravi kut. Visina pravokutnog trapeza jednaka je duljini okomitog kraka.

Zadaci za ponavljanje:



2. $O_1 = 16.4 \text{ cm}$; $O_2 = 16.6 \text{ cm}$.

α	β	γ	δ
107°	26°	123°	104°
91°	89°	75°	105°
63°	112°	82°	103°
91°	85°	90°	94°

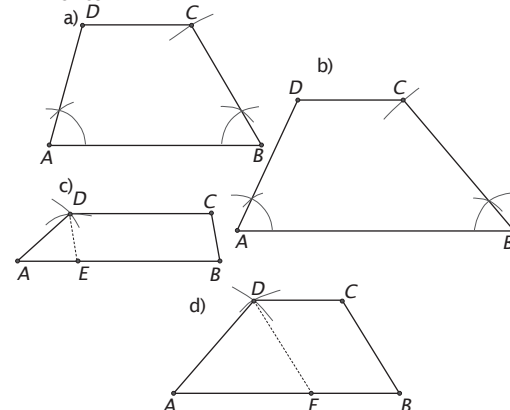
a	60 m	2.4 dm
b	90 m	1.6 dm
v_a	300 dm	2.4 dm
v_b	20 m	3.6 dm
o	3000 dm	8 dm
P	1800 m ²	5.76 dm ²

- Treba kupiti 122.2 m žice.
- Maja će prijeći put od 151.8 m.
- | | | | | |
|---|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|
| a | 8 cm | 6 dm | 5.1 dm | 6.6 m |
| b | 10 cm | 8 dm | 49 cm | 4.4 m |
| o | 36 cm | 28 dm | 200 cm | 22 m |
| P | 80 cm ² | 48 dm ² | 2499 cm ² | 29.04 m ² |

8. a) $P = 799.24 \text{ cm}^2$; b) $P = 470.64 \text{ cm}^2$.

- Potrebno je 49 dasaka.
- Potrebno je 200 pločica.
- a) Potrebno je 1568 cm² bijelog i isto toliko crnog drveta; b) Treba platiti 15.65 kn.

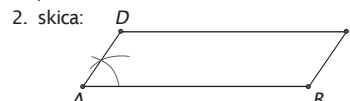
12. skice:



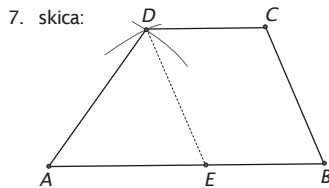
- Duljina ograde je 38.9 m.
- a) $v = 6 \text{ cm}$; b) $v = 2.5 \text{ m}$.
- Dubina je približno 12.3 m.
- Širina je 2.5 m.
- Potrebno je 9600 cm² drveta.
- Površina zelenog dijela parka je 71.5 m², a staze je 9.75 m².
- Površina cvjetne grede je 70 m², a travnjaka 30 m².
- Za Turkey in the Straw treba: plave 61.33 cm², bijele 53.33 cm², smeđe 21.33 cm², zelene 8 cm²; Za Best of All treba: bijele 88cm², zelene 24 cm², žute 32 cm²; Za Double Pyramid: bijele 114 cm², zelene 30 cm²; Za Pinetree: bijele 36 cm², zelene 76 cm², žute 18 cm², smeđe 14 cm²; Za Ohio Star: bijele 96 cm², plave 48 cm²; Za Churn Dash: bijele 48 cm², plave 32 cm², crvene 32 cm²; Za Shoo Fly: bijele 96 cm², crvene 48 cm²; Za Card Trick: bijele 48 cm², plave 48 cm², zelene 48 cm²; Za Jacob's Ladder: bijele 72 cm², crvene 72 cm²; Za Capital T: bijele 80 cm², crvene 64 cm²; Za Hidden Star: bijele 48 cm², tamnoljubičaste 16 cm², svijetloljubičaste 80 cm²; Za A Dandy: bijele 96 cm², crvene 48 cm²; Za Salem: bijele 88 cm², svijetloplave 40 cm², zelene 16 cm²; Za Flying Shuttles: bijele 48 cm², žute 48 cm², smeđe 48 cm²; Za Morning: bijele 48 cm², maslinastozelene 64 cm², zelene 32 cm²; Za Rolling Stone: bijele 64 cm², ružičaste 80 cm²; Za Swing in the Center: bijele 72 cm², zelene 72 cm²; Za Dublin Steps: bijele 32 cm², zelene 16 cm², svijetlozelene 48 cm², žute 48 cm²; Za Kansas Star: bijele 72 cm², zelene 32 cm², žute 40 cm²; Za True Blue: bijele 80 cm², plave 64 cm²; Za Friendship Star: bijele 96 cm², plave 48 cm²; Za Maple Leaf: bijele 55.11 cm², smeđe 88.89 cm²; Za Linoleum: bijele 64 cm², žute 48 cm², plave 32 cm²; Za Thrifty: bijele 32 cm², plave 48 cm², zelene 64 cm²; Za Antique Tile: bijele 32 cm², crvene 48 cm², svijetloplave 48 cm², plave 16 cm²; Za Joy Bells: bijele 72 cm², zelene 40 cm², crvene 32 cm²; Za Split Ninepatch: bijele 80 cm², ljubičaste 64 cm².

Primjerak oglednog testa:

1. $\beta = 43^\circ$, $\alpha = 86^\circ$.



3. $P = 33 \text{ cm}^2$.
 4. $b = 6.7 \text{ cm}$, $O = 24.2 \text{ cm}$, $P = 36.18 \text{ cm}^2$.
 5. $b = 40 \text{ cm}$, $O = 120 \text{ cm}$, $P = 280 \text{ cm}^2$.
 6. a) Potrebno je 7 m role;
 b) na 2 dijela.



8. $s = 6.8 \text{ cm}$, $P = 21.08 \text{ cm}^2$.
 9. Širina kanala je 2.5 m.
 10. a) $P = 153.08 \text{ m}^2$; b) Potrebno je naručiti 1837 crijeva i 21 završni crijev; c) treba platiti 4328 kn.

7. Završno ponavljanje

7.1 Geometrija

1.

	Raznostraničan	Jednako-kračan	Jednako-straničan
Šiljastokutan	3	2	6
Pravokutan	5	4	Ne postoji
Tupokutan	1	7	Ne postoji

2.

α	β	γ	δ
100°	25°	125°	110°
94°	88°	72°	106°
67°	111°	81°	101°
85°	89°	91°	95°

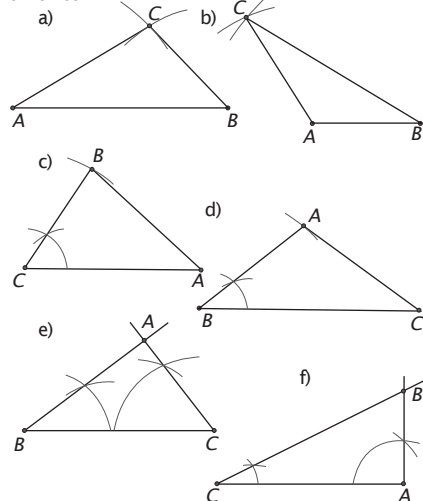
3.

α	β	γ
25°	65°	90°
42°	48°	90°
67°	23°	90°
40°	50°	90°

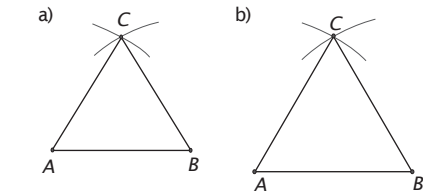
4. 70° .

5. 100° .

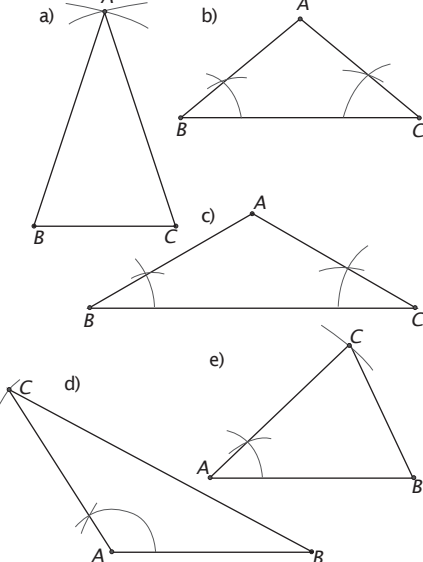
6. skice:



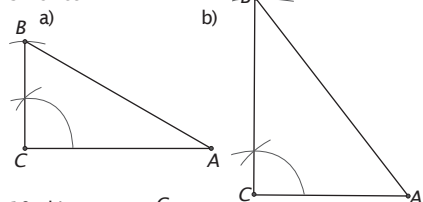
7. skice:



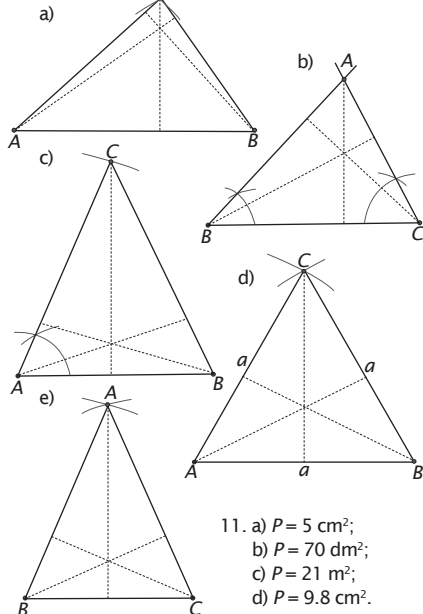
8. skice:



9. skice:



10. skice:



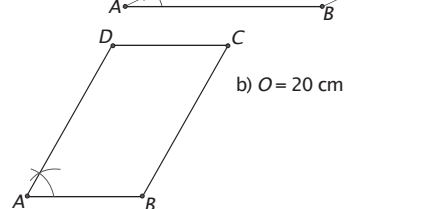
11. a) $P = 5 \text{ cm}^2$;
 b) $P = 70 \text{ dm}^2$;
 c) $P = 21 \text{ m}^2$;
 d) $P = 9.8 \text{ cm}^2$.

12. Potrebno je 48.96 m^2 lima, što treba platiti 979.20 kn.

13. $c = 5 \text{ m}$.

14. a) $O = 16 \text{ cm}$

skice:



15. a) $P = 24 \text{ cm}^2$; b) $P = 656 \text{ cm}^2$; c) $P = 24 \text{ dm}^2$;
 d) $P = 3040 \text{ dm}^2$.

16. a) $P = 35 \text{ cm}^2$; b) $P = 56.55 \text{ dm}^2$.

17.

a	10 cm	21.5 dm	30 m	12 cm
b	20 cm	8.6 dm	45 m	8 cm
v_a	7 cm	4 dm	15 m	12 cm
v_b	3.5 cm	10 dm	10 m	18 cm
o	60 cm	60.2 dm	150 m	40 cm
P	70 cm^2	86 dm^2	450 m^2	144 cm^2

18. $P = 67.575 \text{ m}^2$, ograde treba 38.3 m.

7.2 Aritmetika

1. a) $1.5 > -\frac{4}{3}$; b) $-\frac{11}{2} < 5.6$; c) $-\frac{4}{10} < 0$; d) $\frac{2}{6} > 0$.

2. $-\frac{14}{4} < -2.32 < 0.81 < 1.75 < \frac{5}{2}$.

3. Rim, Atena, Madrid, Berlin, Haag, Zagreb, Beč, Pariz, Bern, Prag, London, Oslo, Kopenhagen, Helsinki, Moskva.

4. a) 1.17; b) -69.43; c) -18.29; d) 0.12;

e) $-2\frac{13}{15}$; f) $4\frac{5}{12}$; g) $-6\frac{11}{14}$; h) $1\frac{14}{55}$.

5. a) -1.75; b) 6.88; c) -22.41; d) 15.88; e) 20.63; f) -68.95; g) -30.07.

6. a) -6.2; b) -5.9; c) 30; d) -20.9.

7. a) 1400 m; b) 0.03 m; c) 3 m; d) 0.234 m.

8. a) 750 g; b) 520 g.

9. a) 30 min; b) 10 min.

10. a) $\frac{1}{6}$; b) -1; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{1}{6}$.

11. a) -90; b) 96; c) 84; d) -30; e) 0; f) 0; g) 648; h) 560; i) -144.

12. a) -3; b) 7; c) -2; d) -10; e) 1; f) 6; g) 6; h) 6; i) -3; j) 4.

13. a) $-14\frac{7}{15}$; b) -1; c) $1\frac{1}{3}$; d) $\frac{5}{6}$.

14. a) 25; b) 1; c) -2; d) -6; e) -19.

15. a) 81.2; b) -79.4; c) 1.9; d) -17.05.

16. Zarada je 4908.75 kn.

17. Ukupna masa je 40.5 kg.

18. Prvi obradi 12.5625 m^3 , drugi 12.1 m^3 , a zajedno obrade 24.6625 m^3 .

19. Zemljište je dovoljno veliko.

20. Ostalo je 898.55 m^2 .

21. a) da; b) ne; c) ne; d) ne; e) da; f) ne.

22. a) $x = 8$; b) $z = -35$; c) $x = 1.5$; d) $z = 141$;

e) $x = 4$; f) $z = 4.1$; g) $y = \frac{10}{9}$; h) $x = 65$;

i) $y = -189$; j) $z = -152.5$.

23. a) $y = 8$; b) $z = -9$; c) $x = -19$; d) $x = -1$;

e) $y = -57.6$; f) $y = 4\frac{4}{15}$; g) $z = 3$.

24. a) $x = -10.5$; b) $y = 1.2$; c) $x = 5$; d) $x = 0.02$.

25. a) $x = 8$; b) $x = 3\frac{3}{7}$; c) $x = 0.34$.

26. a) $x = -16.6$; b) $x = \frac{1}{3}$; c) $x = 51$.

27. Povratak je trajao 63 min.

28. Cijena nove lopte bila je 79 kn.

29. Putovanje traje 9 sati.

30. Potrebno je 84 boda.

31. Luka ima 11 godina, a baka 66 godina.

32. Jedan par košta 290.93 kn, drugi 390.05 kn.

33. Dječaka ima 15, a djevojčica 13.

34. Napunit će se za 30 sati.

35. Stranice su 74 cm i 76 cm.

36. $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.

37. Treba voziti brzinom 200.85 m u min , ili 12.051 km na sat .

38. a) Automobil iz Zagreba za 1 sat prijede 70 km, onaj iz Kopenhagena prijede 90 km;

b) Srest će se nakon 10 sati;

c) Automobil iz Zagreba napravit će 700 km, onaj iz Kopenhagena 900 km.

A

asocijativnost kod racionalnih brojeva, 38

C, Ć

cijeli broj, 8
četverokut, 86
četverokuti, 86

D

decimalni broj,
decimalni brojevi, 9
deltoid, 122
desna strana jednadžbe, 59
dijagonale četverokuta, 88
dijeljenje cijele jednadžbe, 64
dijeljenje racionalnih brojeva, 33
distributivnost kod racionalnih brojeva, 39

G

grčka abeceda, 86

J

jednakokrtačan trapez, 118
jednakost =, 58
jednakovaljane jednadžbe, 59

K

komutativnost kod racionalnih brojeva, 37
konstrukcija paralelograma, 96
konstrukcija romba, 121
krakovi trapeza, 117
kutovi četverokuta, 86
kutovi trapeza, 113
kvadrat, 108

L

lijeva strana jednadžbe, 59
linearna jednadžba, 55

M

množenje jednadžbe brojem, 66
množenje racionalnih brojeva, 28

N

nasuprotne stranice četverokuta, 88
negativni racionalni brojevi, 8
nepoznanica, 50

O

oduzimanje racionalnih brojeva, 22
opseg četverokuta, 87
opseg deltoida, 122
opseg kvadrata, 109

opseg paralelograma, 98
opseg pravokutnika, 103
opseg trapeza, 114
osnovice trapeza, 117

P

paralelogram, 92
površina deltoida, 122
površina kvadrata, 110
površina paralelograma, 99
površina pravokutnika, 104
površina romba, 121
površina trapeza, 115
pozitivni racionalni brojevi, 8
pravilo unakrsnog množenja, 18
pravokutan trapez, 118
pravokutnik, 102
prebacivanje u jednadžbi, 60
prirodan broj, 8
prosječna (srednje) vrijednost, 35
provjera rješenja jednadžbe, 57

R

racionalni brojevi na brojevnom pravcu, 13
razlomak ,
raznostraničan četverokut, 98
rješavanje jednadžbi, 58
rješenje jednadžbe, 56
romb, 120

S

skup N, 9
skup Q, 9
skup racionalnih brojeva, 6
skup Z, 9
srednjica trapeza, 114
stranice četverokuta, 86
susjedne stranice četverokuta, 88

T

trapez, 112

U

unutarnji kutovi četverokuta, 86
uspoređivanje racionalnih brojeva, 15

V

visina paralelograma, 99
visina trapeza, 116

Z

zbrajanje racionalnih brojeva, 21
zbroj unutarnjih kutova četverokuta, 89

